

# Didattica della Matematica

03 marzo 2020  
Prof.ssa Eliana Francot

$\pi$

$\pi$

## Didattica della Matematica

Può essere pensata come una  
*Matematica applicata alle problematiche dell'apprendimento*

Da Wikipedia:

In Italia, il termine didattica della matematica è stato introdotto alla fine dell'800 da **Federigo Enriques** e dai curatori dell'Enciclopedia delle Matematiche elementari e complementi (a cura di Luigi Berzolari, editore Hoepli).

Tra le iniziative avviate in quel periodo in Italia si possono ricordare la fondazione della **Mathesis** (1895) e la pubblicazione del Bollettino di Matematica (1902-1948) di Alberto Conti.

Confessiamo francamente che il compito che ci è proposto è tremendamente, stavo per dire *divinamente*, difficile. Infatti se il nostro pensiero e la nostra parola debbono muovere l'attività del discepolo, bisogna che qualcosa di vivo che è in noi passi nello spirito di lui, come scintilla di fuoco ad accendere altro fuoco. Ma per ciò occorre dunque che anche noi maestri — nell'atto d'insegnare — ripetiamo, non già il risultato freddo degli studi fatti, bensì il travaglio interiore per cui riuscimmo a conquistare la verità, ricreandone dunque la fatica nello spirito nostro, che si allarga e trascina insieme la scuola. Vorrei bene spiegarmi su questo punto: la fatica di cui parlo è reale, non finzione ad uso didattico; infatti non è possibile che ripensiamo una difficoltà che una volta abbiamo vinto, senza scoprire nello stesso problema qualche altra difficoltà, che si risolve in una comprensione nuova e più alta; perchè è falso che le cose elementari su cui torniamo per insegnarle, sieno facili al confronto della scienza superiore il cui possesso ci rende oggi orgogliosi davanti ai nostri scolari; perchè infine codesto possesso medesimo è dubbio e vano, ridicolo l'orgoglio, se di fronte al discepolo ci presentiamo soltanto come discepoli, a ripetere un po' più meccanicamente la vecchia lezione appresa sugli stessi banchi, anzichè come maestri, a recare una veduta nostra, più chiara e più larga.



Federigo Enriques  
(1871-1946)  
*Insegnamento dinamico*,  
Periodico di matematiche,  
IV (1921) 6-16.

«Nulla egli sappia per averlo udito da voi, ma solo per averlo compreso da sé. Se nella sua mente giungerete a sostituire l'autorità alla ragione, non ragionerà più; non sarà che lo zimbello dell'opinione altrui.»

(Jean-Jacques Rousseau *Emile ou du l'éducation*)

«Non è la conoscenza, ma l'atto di imparare; non il possesso ma l'atto di arrivarci, che dà la gioia maggiore.»

(Carl Friedrich Gauss)



π

## Didattica: il sostantivo

Vocabolario della lingua italiana di N. Zingarelli 1999

«Settore della pedagogia che ha per oggetto lo studio dei metodi per l'insegnamento»

Nel Grande dizionario della lingua italiana si fa riferimento ad una *didattica generale* e ad una *speciale* (che sembra essere quella che oggi si direbbe *disciplinare*)

La parola Didattica viene dal greco *didakticos*, participio passato di *didaskein* (insegnare)

In latino è «docendi ars»

π

## Didattica

### **Che cosa comprende, di cosa si occupa la didattica?**

- La didattica è quella parte della scienza dell'educazione che ha come scopo lo studio dei processi di *insegnamento* ed *apprendimento* nella loro globalità indipendentemente dalla disciplina in oggetto
- Altri eliminerebbero la citazione di questo rapporto, ma darebbero invece più peso alle discipline.
- Altri parlano di didattica comunque, in qualsiasi situazione di insegnamento-apprendimento.
- Altri ancora dicono che la didattica sarebbe di nuovo la pedagogia ma senza più la filosofia

$\pi$ 

## Quali differenze?

La *disciplina d* in sé per come è conosciuta e praticata dagli specialisti

Disciplina

La *didattica generale D* in sé, per come consta di asserzioni generali garantite da riflessioni condotte da esperti del settore

Didattica Generale

La *didattica disciplinare D<sub>d</sub>* in sé, che ha tutt'altri parametri, paradigmi e scopi

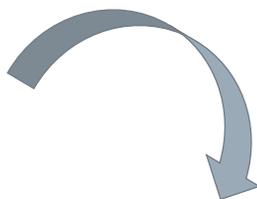
Didattica della Disciplina

 $\pi$ 

## Quali contenuti?

della *disciplina d*, stabiliti da essa stessa, dalla sua storia

Disciplina



della *didattica di quella disciplina*, diciamo per intenderci *D<sub>d</sub>*

Didattica della Disciplina

di un'altra teoria più generale che si pone il problema di *come passare dai contenuti di d ai contenuti di D<sub>d</sub>*

Didattica Generale



$\pi$ 

## Didattica della Matematica - Origini

Inizi 1900: inizio delle riflessioni

1920: nasce in America il NCTM

1930: nascono le riviste specifiche

- La didattica della matematica è una disciplina relativamente giovane.
- Per la didattica della matematica, come campo di ricerca, si ragiona in termini di decenni

 $\pi$ 

## Didattica della Matematica

Docente ripete la disciplina



XX secolo



Studi sulla Didattica

Quali chiavi di accesso al sapere?

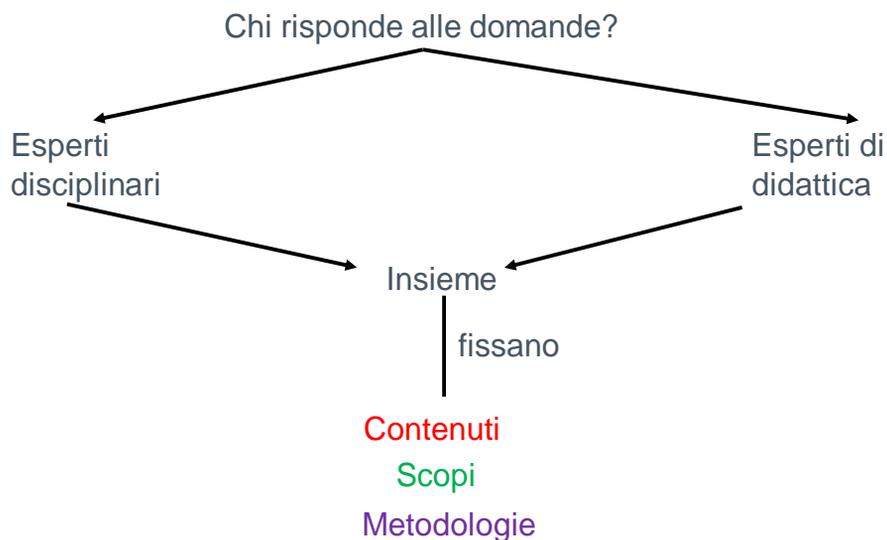
Con quali obiettivi?

Come farne uso?

Perché?

$\pi$ 

## Didattica della Matematica

 $\pi$ 

## Didattica della Matematica di **tipo A** (*A come Ars*)

- Lo sforzo del didatta è teso a trasformare un discorso specialistico in uno comprensibile e più consono alla natura dell'allievo.
- Il didatta è sensibile all'allievo, lo pone al centro della sua attenzione, ma la sua azione didattica non è tanto focalizzata sull'apprendimento, quanto soprattutto sull'argomento posto in gioco, quindi sui temi del sapere trattato e sull'insegnamento di quel sapere

$\pi$ 

## Didattica della Matematica di tipo A

- l'obiettivo è creare situazioni (lezioni, attività, oggetti, ambienti, ..) per un insegnamento migliore;
- l'assunto è: se migliora l'insegnamento, migliorerà anche l'apprendimento;
- si vogliono suscitare l'attenzione e la motivazione dello studente, sostenendo che queste siano le caratteristiche essenziali perché questo apprenda;

 $\pi$ 

## Didattica della Matematica di tipo A

- Tuttavia, non si nega che esistano docenti che sanno suscitare attenzione e motivazione però:
  - l'efficacia degli apprendimenti non dipende solamente da queste doti, anche se ovviamente sapendo suscitare attenzione si può generare anche motivazione;
  - non è detto che un perfetto insegnante riesca ad ottenere un buon risultato sul piano dell'apprendimento, solo per questo motivo.

$\pi$ 

## Didattica della Matematica di tipo B

- “Il focus della didattica B sta nell’individuazione delle caratteristiche dell’apprendimento. In questo ambito si studiano in modo approfondito le caratteristiche, le condizioni e le modalità della costruzione delle conoscenze dell’allievo”;
- L’assunto di base è che l’allievo costruisce in modo attivo una sua propria conoscenza interagendo con l’ambiente ed organizzando le sue costruzioni mentali.
- L’istruzione influenza ciò che l’allievo apprende, ma non determina, in modo esclusivo, tale apprendimento. L’allievo, cioè, non si limita a recepire passivamente la conoscenza, ma la rielabora costantemente in modo autonomo” (questa posizione può essere ascritta al “costruttivismo”).

**DIDATTICA A**

1960 - 1980

**DIDATTICA B**

1980 - 2000

**DIDATTICA C**

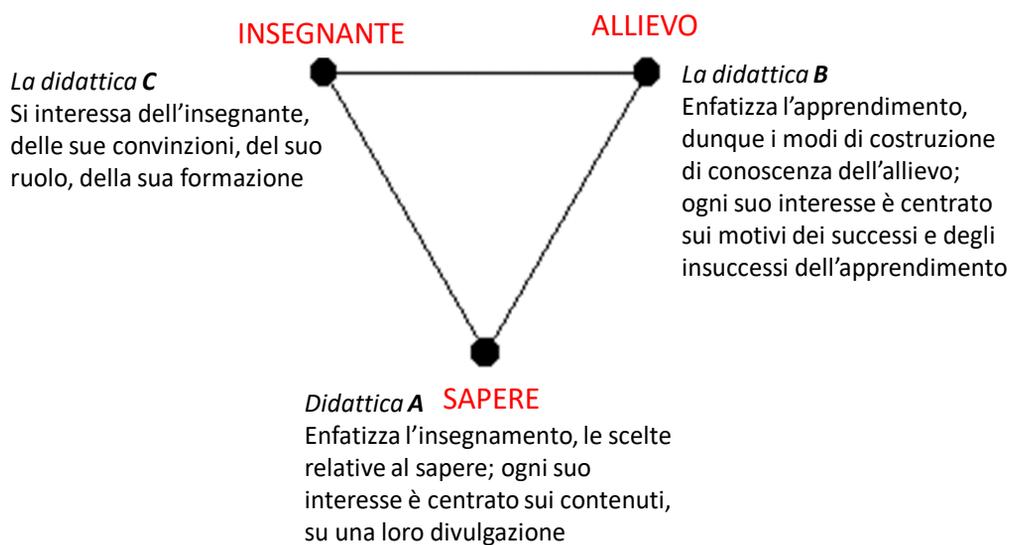
2000 - ...

 $\pi$

$\pi$ 

## Didattica della Matematica di tipo C

- Si interessa delle influenze dell'insegnante sulla didattica di tipo A e sulla didattica di tipo B;
- le convinzioni dell'insegnante possono condizionare e determinare l'insegnamento (A) e l'apprendimento (B);
- in definitiva, la didattica C studia la formazione, le convinzioni, il ruolo dell'insegnante:
  - entra nella didattica A che «studia criticamente il Sapere e le sue forme di diffusione»;
  - entra nella didattica B che «studia criticamente le forme di apprendimento dell'allievo, subordinato a questioni d'aula»



$\pi$ 

## Come nasce una Teoria/Scienza?

**EPISTEMOLOGIA** = studio critico dei fondamenti, della natura, delle condizioni di validità del sapere scientifico

L'epistemologia può riferirsi anche all'analisi critica dei fondamenti di singole discipline:

- epistemologia della matematica
- epistemologia della fisica
- .....

 $\pi$ 

## Come nasce una Teoria/Scienza?

### I FASE

- › Tante teorie quanti ricercatori
- › Continua richiesta di chiarire i punti vista
- › Lunghe spiegazioni di carattere generale nei lavori

### II FASE

Gli appartenenti ad una stessa comunità scientifica condividono

- › le ipotesi teoriche generali
- › le leggi per le loro applicazioni

**PARADIGMA** = complesso di regole metodologiche, modelli esplicativi, criteri di soluzione di problemi che caratterizza una comunità di scienziati in una fase determinata dell'evoluzione storica della loro disciplina.

$\pi$ 

## Come nasce una Teoria/Scienza?

Caratteristiche peculiari di una scienza consolidata e stabile:

- Deve esistere un insieme di ricercatori che dimostrino interessi in comune, ossia problematiche centrali che guidano il lavoro dei ricercatori e che siano condivise;
- Le spiegazioni date dai ricercatori devono essere di tipo causale;
- Il gruppo dei ricercatori deve aver elaborato un vocabolario ed una sintassi comune, sulla quale il gruppo è d'accordo;
- Il gruppo deve aver elaborato procedimenti propri per accettare o refutare gli enunciati.

( Romberg T. 1988 )

 $\pi$ 

## Didattica e pedagogia



La grande didattica di Comenius è stata dura a morire:

*«un metodo unico basta per insegnare tutte le materie...  
le arti, le scienze e le lingue»*

(Comenius, 1657)

## $\pi$ Didattica e pedagogia

Ci sono voluti secoli per arrivare a stabilire in modo definitivo che le didattiche possono essere, sono, specifiche.

Ciò è servito  
alla didattica (generale) a liberarsi dal giogo della pedagogia  
e  
alle didattiche specifiche (disciplinari) ad assumere uno status a sé.

## $\pi$ Didattica della Matematica

E' sotto gli occhi di tutti l'esistenza di un folto gruppo internazionale di ricercatori in didattica della matematica che:

- hanno interessi comuni.
- Per i quali esistono problematiche considerate centrali e condivise.
- Che danno, da diversi decenni, spiegazioni di carattere causale.
- Che hanno elaborato un vocabolario comune condiviso.
- Hanno loro convegni specifici e loro riviste specifiche.
- Vagliano le proposte di comunicazione o di pubblicazione in base a procedimenti oramai ampiamente condivisi.

## $\pi$ Didattica della Matematica

### DIDATTICA DELLA MATEMATICA

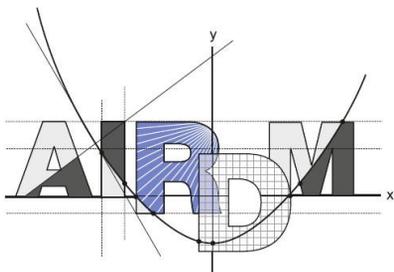
Ha tutte le caratteristiche per poter essere considerata una scienza consolidata e stabile

Teoria a sé stante che può contribuire allo sviluppo di un'altra teoria

### DIDATTICA GENERALE

## $\pi$ Contributi

- ✓ Scuola Francese
- ✓ TME (Teoria dell'Educazione della Matematica) 1984
- ✓ Cattedre universitarie di Didattica della Matematica in tutto il mondo
- ✓ Proliferare di scuole di specializzazione o corsi universitari di laurea per la formazione degli insegnanti



L'Associazione Italiana di Ricerca in Didattica della Matematica (AIRDM) ha l'obiettivo di **promuovere, stimolare e incentivare la ricerca e gli studi in didattica della matematica e la diffusione dei risultati della ricerca.** In questo modo intende contribuire al miglioramento dell'insegnamento e apprendimento della matematica nei diversi ordini scolastici.

<https://www.airdm.org/>

- Scuola estiva di Dottorato in Didattica della Matematica
- Scuola estiva per insegnanti UMI – CIIM – AIRDM
- *Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*
- Seminario Nazionale di Ricerca in Didattica della Matematica
- Convegni e Giornate di studio

$\pi$

## Possibili domande

- ✓ Che cosa è la ricerca in Didattica della Matematica?
- ✓ In particolare: quali scopi ha?
- ✓ Quali criteri di valutazione di qualità della ricerca e di significatività dei risultati ottenuti ha sviluppato?

## $\pi$ Ricerca in Didattica della Matematica: scopi

Schoenfeld (2000): la ricerca in didattica della matematica ha due scopi principali:

### Puro

Studio che può essere affrontato da un punto di vista:

- Epistemologico
- Cognitivo
- Didattico

### Applicato

Quando la conoscenza generata è usata per migliorare la qualità dell'educazione matematica



Senza una profonda analisi del pensiero matematico e del processo di apprendimento-insegnamento non ci può essere nessun significativo progresso dal punto di vista applicativo

Zan (1999) una delle questioni più controverse della ricerca in didattica della matematica riguarda proprio la definizione del rapporto tra *puro* e *applicato*, tra *teoria* e *pratiche educative*

$\pi$ 

## Ricerca in Didattica della Matematica: gli Standard

Schoenfeld (2000):

- ✓ Potere descrittivo
- ✓ Potere esplicativo
- ✓ Potere predittivo
- ✓ Rigore e specificità
- ✓ Falsificabilità (possibilità di confutazione)
- ✓ Replicabilità
- ✓ Molteplicità di fonti a supporto della tesi (detta anche triangolazione)

Evidente differenza tra ricerca in Matematica pura e quella in Didattica della Matematica

 $\pi$ 

## Ricerca in Didattica della Matematica: risultati possibili

La conoscenza che un soggetto può avere di un determinato sapere matematico dipende fortemente dalle circostanze nelle quali ha avuto l'occasione di entrare in contatto con quel sapere e utilizzarlo

D'Amore (2007):

1. Conclusioni, modelli calzanti rispetto ad un campo di esperienze ampio all'interno del contesto che si sta discutendo
2. Esperienze che contraddicono (o richiedono il raffinamento di) modelli o convinzioni esistenti.

Il graduale abbandono della convinzione che nell'apprendimento e insegnamento della matematica entrino in gioco fattori esclusivamente cognitivi

$\pi$ 

## Esercitazione n.3

## L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE

VOL. 38 A-B N. 3 - MAGGIO-GIUGNO 2015

Poste Italiane s.p.a. - Spedizioni in abbonamento Postale - D.L. 352/2003 - 4006 - R.L. 27/02/2004 n° 46  
art. 1, comma 1, N.5/50 - Abbonamento - Tiratura inferiore a 20.000 copie - Taxe Postales


*Promuovere lo sviluppo di conoscenze e competenze in matematica*

M. Marracci, F. Martignone

 $\pi$ 

## Didattica della Matematica

La didattica della matematica è l'**arte** di concepire e di condurre condizioni che possono determinare l'**apprendimento** di una conoscenza matematica da parte di un soggetto

**arte** va inteso come la traduzione del latino ars, cioè un insieme difficilmente distinguibile tra gli attuali termini arte e artigianato

**apprendimento** inteso come un insieme di modifiche di comportamenti (dunque di prestazioni) che segnalano, ad un osservatore predeterminato, secondo soggetto in gioco, che questo primo soggetto dispone di una conoscenza (o di una competenza) o di un insieme di conoscenze (o di competenze)



## $\pi$ Teorie Comportamentiste



## $\pi$ Teorie Comportamentiste

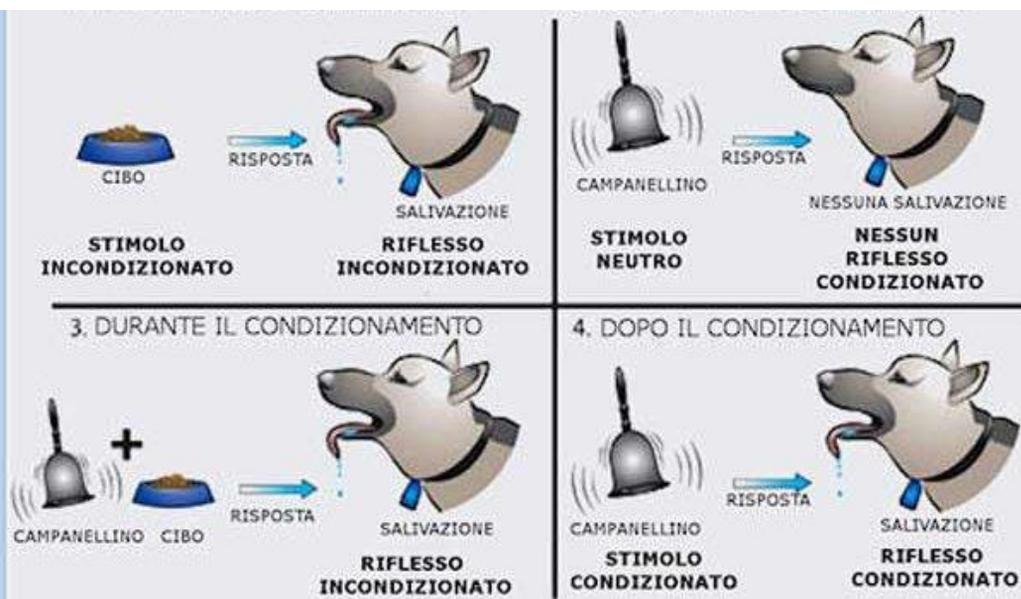
- l'apprendimento è l'acquisizione di abitudini e associazioni fra stimolo e risposta e viene studiato analizzando le connessioni fra input e output
- c'è apprendimento quando si stabilisce una connessione prevedibile tra un segnale nell'ambiente (lo stimolo), un comportamento (la risposta) e una conseguenza (rinforzo).





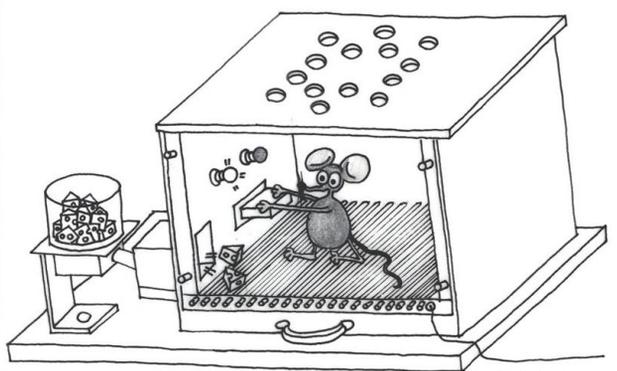
I. Pavlov  
1849 - 1936

## L'esperimento di Pavlov



B. Skinner  
1904 - 1990

## Condizionamento operante (o skinneriano)



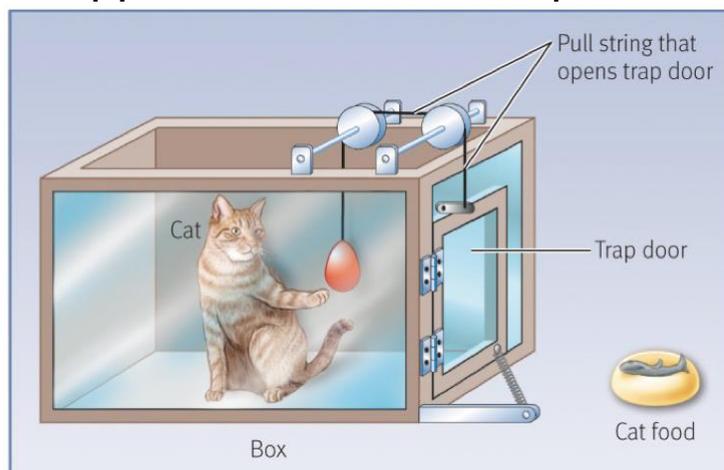
© Marina Cosenza

«Il soggetto agisce e continuerà ad agire in funzione della conseguenza che riceve»



E. Thorndike  
1874 - 1949

## Apprendimento e ricompense



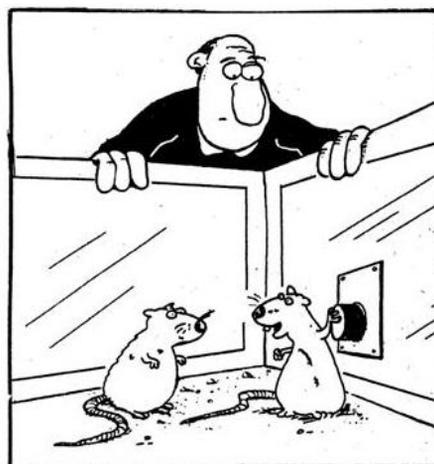
Il gatto apprendeva la maniera di uscire registrando le risposte giuste e cancellando quelle sbagliate.



E. Thorndike  
1874 - 1949

## Apprendimento e ricompense

Tale meccanismo poteva essere considerato meccanicistico e quindi non necessitava di una grande intelligenza.



— Li ho plagiati, ormai, questi scienziati: quando voglio mangiare, non devo far altro che suonare il campanello!



E. Thorndike  
1874 - 1949

## Apprendimento e ricompense

Thorndike formulò la sua legge meccanicistica dell'effetto nei seguenti termini:

*Le risposte ad una situazione seguite da una ricompensa sarebbero state rafforzate o registrate come risposte abituali a quella situazione, invece quelle errate si sarebbero indebolite o cancellate come risposte a quella situazione.*

Un confronto delle curve di apprendimento degli uomini con quelle degli animali lo portò ad affermare che gli stessi fenomeni meccanici riscontrati nell'apprendimento animale sono fondamentali anche nell'apprendimento umano.



E. Thorndike  
1874 - 1949

## Leggi dell'apprendimento

- ❖ La *legge dell'effetto*, cioè la tendenza ad attivare e ripetere un comportamento dipende dall'effetto (la conseguenza) del comportamento stesso;
- ❖ La *legge dell'esercizio*, per cui l'apprendimento è graduale e migliora con la ripetizione delle prove e si indebolisce quando l'addestramento cala;
- ❖ La *legge del trasferimento*, per cui una risposta acquisita a seguito di uno stimolo, tenderà ad essere ripetuta in situazioni con stimoli diversi, ma simili a quello originale.

## $\pi$ Teorie Comportamentiste

Ciò che viene appreso è una copia dello stimolo presentato e pertanto l'apprendimento può essere

- da una parte misurato confrontando il comportamento acquisito dopo la situazione di apprendimento con quello presente precedentemente
- dall'altro può essere valutato secondo i criteri della quantità e dell'accuratezza della performance.



## $\pi$ Teorie Comportamentiste

I sistemi di istruzione e di insegnamento che si fondano su di una visione comportamentista dell'apprendimento si concentrano sul condizionamento del comportamento del discente:

l'insegnante manipola i cambiamenti di comportamento utilizzando rinforzi selettivi.

All'insegnante spetta il ruolo di determinare le abilità/capacità che portano al comportamento desiderato e assicurarsi che gli studenti se ne impossessino in modo graduale.

(Roblyer, Edwards, Havriluk, 1997 )

## $\pi$ Teorie Comportamentiste

Nell'istruzione basata su principi comportamentisti

- Si tende a spezzettare il curriculum in parti
- All'apprendimento si giunge attraverso rafforzamenti appropriati
- Primo passo dei segmenti curriculari consiste in temi e concetti di base sui quali fondare il seguito della conoscenza

## $\pi$ Teorie Comportamentiste

Il modello di istruzione definito come

“Modello della Trasmissione”

trova fondamento nelle teorie comportamentiste

Barak Rosenshine descrive in dettaglio alcune funzioni di insegnamento importanti per il modello:

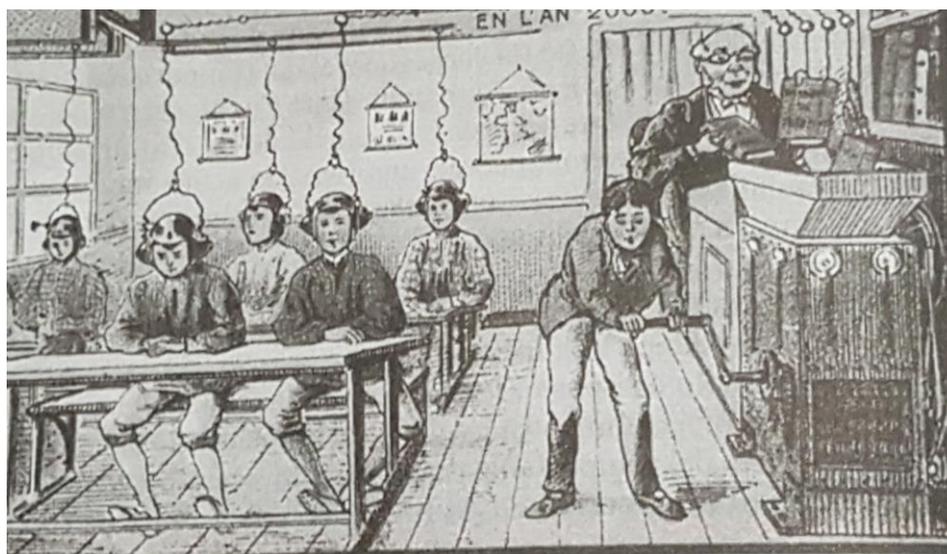
- esame giornaliero,
- pratica guidata,
- correzioni e feedback,
- pratica indipendente,
- esami settimanali e mensili.

## $\pi$ Modello trasmissivo

- apprendimento riproduttivo;
- buoni risultati per l'insegnamento dell'applicazione di procedure algoritmiche;
- assolutamente inadeguato per lavorare su competenze di natura produttiva come il problem solving;
- il discente viene visto come una scatola vuota da riempire;
- la variabile «discente» influisce solo relativamente alla capacità ricettiva della scatola da riempire.



## $\pi$ Come immaginavano la scuola del 2000 nel 1899



$\pi$ 

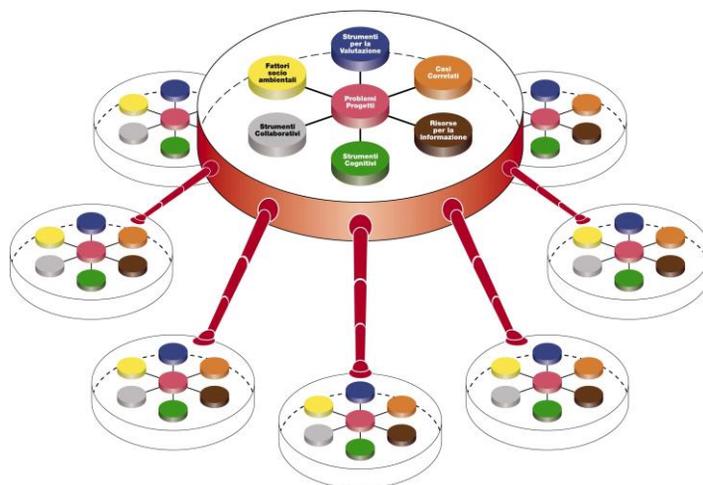
## Formazione a Distanza

Le premesse comportamentiste appaiono compatibili in linea generale con le caratteristiche empiriche dei sistemi di formazione a distanza

- il discente fissa i propri obiettivi di apprendimento e verifica durante il percorso didattico il loro raggiungimento
- i docenti possono affiancare a tale metodologia di valutazione soggettiva una valutazione oggettiva.

 $\pi$ 

## Formazione a Distanza



$\pi$ 

## Teorie Comportamentiste: autori di riferimento



I. Pavlov 1849 - 1936



B. Skinner 1904 - 1990



E. Thorndike 1874 - 1949



J.B. Watson 1878 - 1958

 $\pi$ 

## Sommario

- Il sostantivo Didattica
- Didattica A , B e C
- Come nasce una Teoria/Scienza
- Didattica della matematica: una nuova Teoria
- Teoria comportamentista dell'apprendimento