

Didattica della Matematica

20 marzo 2020
Prof.ssa Eliana Francot

 π

Contratto Sociale e Contratto Didattico

 π

π Contratto Sociale

Rousseau: «Ogni interazione sociale è retta da un certo tipo di contratto che definisce *diritti e doveri* di chi appartiene ad una data comunità, nel quadro di un patto sociale»

- Quando si è costituito tale contratto?
- Chi ha dato le regole?

Nel caso della società *scuola/classe* il contratto viene chiamato
CONTRATTO DIDATTICO

π Contratto Didattico



- regge le interazioni tra allievo e insegnante a proposito di un determinato sapere;
- rappresenta il sistema di diritti e doveri (essenzialmente impliciti) che allievi e insegnanti accettano e rispettano a proposito degli oggetti del sapere matematico che è insegnato;
- è un insieme di regole esplicite, ma soprattutto implicite, che assegna e limita le responsabilità di ciascuno rispetto ad un ben determinato sapere matematico insegnato.

π Contratto Didattico

INSEGNANTE

Situazione di insegnamento

ALLIEVO

- Domande poste
- Informazioni fornite
- Obblighi imposti

CONTRATTO DIDATTICO

L'insieme dei comportamenti dell'insegnante che sono attesi dall'allievo e l'insieme dei comportamenti dell'allievo che sono attesi dall'insegnante.
(Brousseau, 1986)

π Contratto Didattico

Il mondo della risoluzione dei problemi è invischiato da *clausole esplicite* del Contratto Didattico (norme e sollecitazioni) e da *clausole implicite* (non dette dall'insegnante ma create dagli allievi nel tempo in base a ricorrenze)



15 marzo 1843 Gustave Flaubert

Il Problema del capitano

«Dal momento che tu studi geometria e trigonometria, ti voglio sottoporre un problema: Una nave si trova in mare, è partita da Boston carica di indaco, ha un carico di duecento barili, fa vela verso Le Havre, l'albero maestro è rotto, c'è del muschio sul castello di prua, i passeggeri sono in numero di dodici, il vento soffia in direzione NNE, l'orologio segna le tre e un quarto del pomeriggio, si è nel mese di maggio. Si chiede l'età del capitano.»



π

Contratto Didattico: esempio

Età del capitano

“Su una imbarcazione viaggiano il capitano, 2 marinai e 23 pecore; quale è l'età del capitano?” - risposta: 46 anni

(Baruk 1985)

L'insegnante non aveva mai dato problemi senza soluzione o impossibili

I bambini introducono nel contratto didattico una clausola:

«*Se la maestra ci da un problema questo deve essere certamente risolto*»

π Contratto Didattico

Alcune osservazioni:

- Gli *stessi* bambini in contesti diversi non danno la stessa risposta
- Gli allievi di una classe *diversa* hanno messo in evidenza che il problema dell'età del capitano non aveva soluzione

E' stato dimostrato che queste clausole nascono con la scolarità obbligatoria e non fanno parte del bagaglio culturale del bambino prima dell'età scolastica

π Contratto Didattico

L'effetto «età del capitano» si può pensare come la seguente clausola del contratto didattico:

«I dati numerici presenti nel testo vanno presi tutti, magari una ed una sola volta e possibilmente nell'ordine in cui compaiono»

“Un pastore ha **12** pecore e **6** capre; quale è l'età del pastore?”
(D'Amore 1993)

- Perché non avete usato la divisione? «E' troppo piccolo»
- Ma come hai ragionato? «Il pastore ha 18 anni perché da quando è nato gli regalano un animale»

π

Contratto Didattico

Celebre problema di Alan Schoenfeld 1978

“Un bus dell’esercito trasporta 36 soldati. Se 1128 soldati devono essere trasportati in bus al campo di addestramento, quanti bus devono essere usati?”

Su 45000 allievi di 15 anni solo il 23% ha dato la risposta attesa: 32

Risposte ricevute:

- 31,3333333 soprattutto da parte di chi usava la calcolatrice
- 31,3
- 31,3
- 31

 π

Contratto Didattico

- Lo studente non si sente autorizzato a scrivere quel che non appare
- Non tocca più allo studente ragionare e controllare; sia che faccia i calcoli a mano e tanto più se fa uso della calcolatrice.
- Si instaura la clausola di **Delega Formale** che disimpegna le facoltà razionali, critiche di controllo

$$\dim \text{Ker} f = \dim V - \dim \text{Im} f$$

π

Contratto Didattico

Esempio relativo a problema con dati mancanti:

«Giovanna e Paola vanno a fare la spesa; Giovanna spende 10.000 lire e Paola spende 20.000 lire. Alla fine chi ha più soldi nel borsellino, Giovanna o Paola?»

Stefania III elementare:

Nel borsellino rimane più soldi Giovanna

$$30-10=20$$

$$10 \times 10 = 100$$

Risposta:

Giovanna 58,4%

- Se l'insegnante da un problema questo si deve risolvere, se manca un dato lo si inventa
- In matematica si devono sempre fare dei calcoli, qualsiasi calcolo va bene (clausola **egf**: esigenza della giustificazione formale)

 π

Contratto Didattico

Silvia II media:

Secondo me, chi ha più soldi nel borsellino è Giovanna (poi corretto in Paola) perché

Giovanna spende 10.000 mentre Paola spende 20.000,

10.000

20.000

Giovanna

Paola

$$20.000 - 10.000 = 10.000 \text{ (soldi di Giovanna)}$$

$$10.000 + 10.000 = 20.000 \text{ (soldi di Paola)}$$

Stesse clausole del contratto didattico ma analisi più complessa

π Contratto Didattico

Scuola secondaria di II grado - Manipolazioni algebriche

$$(x + 1)^2 = (2x - 3)^2$$

$$(x + 1)(2x - 1)(x + 3) = 0$$

Il significato che a scuola in genere si costruisce per la manipolazione algebrica non è matematico ma è legato alle abitudini e alle attese

L'insegnante si può accorgere di questi effetti (negativi) solo se propone attività che violino il contratto didattico

Tipicamente invece, in un approccio di stampo puramente comportamentista, sono proposte batterie di esercizi che hanno come effetto evidente quello di enfatizzare la solidità del contratto.

π Contratto Didattico

Conseguenze:

L'ERRORE si configura rispetto ad un codice di condotta (implicito)



π Contratto Didattico

Conseguenze:

Una risposta 'attesa' che venga indicata come matematicamente scorretta mette fortemente in crisi lo studente (rottura del contratto didattico)



π Contratto Didattico

Esempio: «Fattorizzare $16x^2 - 4$ »

Ci si attende come risposta $16x^2 - 4 = (4x - 2)(4x + 2)$

Tutte le altre risposte corrette tipo:

$$16x^2 - 4 = 2(8x^2 - 2)$$

oppure

$$16x^2 - 4 = 3\left(\frac{16}{3}x^2 - \frac{4}{3}\right)$$

Saranno «censurate»

π Contratto Didattico

- Dirige i comportamenti dell'allievo, l'interpretazione di un problema
- Dirige i comportamenti e le valutazioni dell'insegnante
- Permette di spiegare certi comportamenti osservati
- Permette di prevedere certi comportamenti

π Rottura del Contratto Didattico

La rottura del contratto didattico può essere utilizzata come strategia didattica

Scambio di Ruoli

Consegna: «Inventa un problema»



π

Rottura del Contratto Didattico

Tra i fattori comuni che spesso emergono tra le risposte a questa consegna, troviamo la mancanza negli esercizi di una situazione realmente problematica e di una struttura narrativa consistente

R. Zan *I problemi di matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo* 2016

«Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola»

Misconcezione

 π

π Misconcezione

- interpretata inizialmente con connotati negativi,
- sinonimo di «errore», «giudizio erroneo», «idea sbagliata»,
- nel Collins Coubuild English Dictionary for Advanced Learners, della Harper Collins Publishers, si trova: «A misconception is an idea that is not correct. (. . .) Synonym: delusion, error, misunderstanding, fallacy.
- nei primi anni del 2000 Rosetta Zan dichiara: «Misconcetti, misconcezioni, concezioni errate, fraintendimenti, sono i termini italiani utilizzati in letteratura in corrispondenza del termine inglese misconceptions».

π Misconcezione

Colette Laborde dichiara: «Il termine misconcezione che ha origine negli Stati Uniti potrebbe non essere il termine più appropriato se ci si riferisce alla conoscenza degli studenti non corretta».

Questa critica nasce dal fatto che la nozione di correttezza non è assoluta e si riferisce sempre ad un dato sapere che può anche evolversi.

Ogni concezione infatti, ha un suo dominio di validità e funziona per quel preciso dominio; in pratica è in parte corretta e in parte non corretta.

Quindi sembrerebbe più conveniente parlare di concezioni rispetto ad un dominio di validità e cercare di stabilire a che dominio queste appartengono.

π Misconcezione

- è un concetto errato e dunque costituisce genericamente un evento da evitare;
- non va vista sempre come una situazione del tutto o certamente negativa

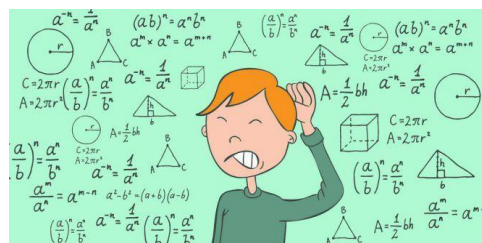
Non è escluso che per poter raggiungere la costruzione di un concetto, si renda necessario passare attraverso una misconcezione momentanea, ma in corso di sistemazione

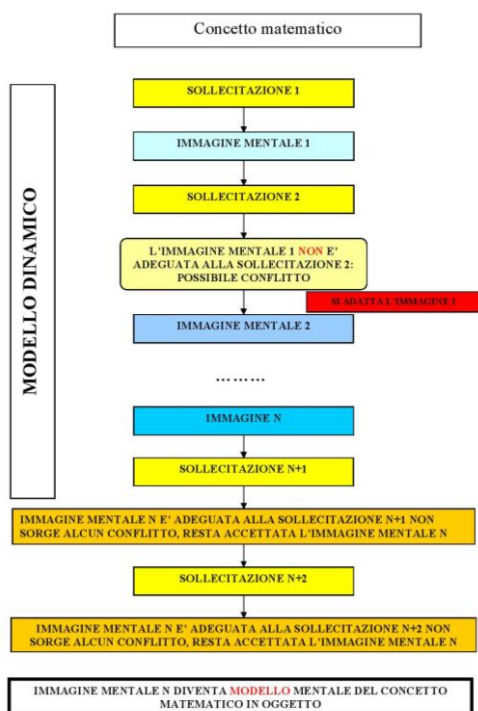
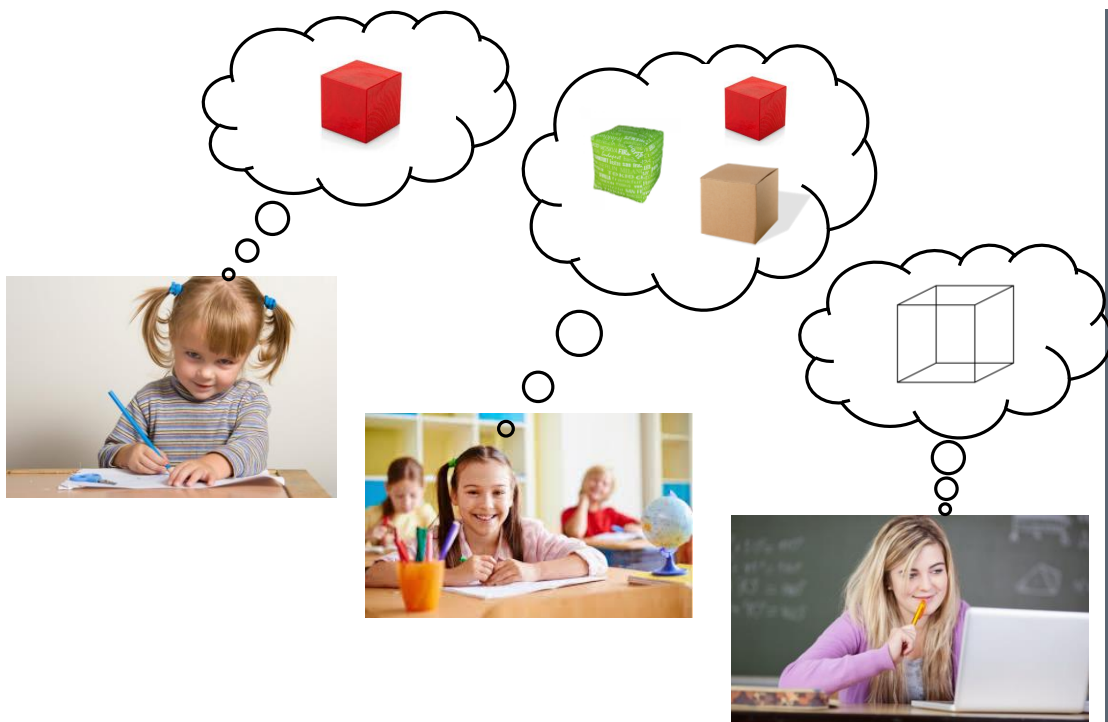
(D'Amore, 1999)

π Misconcezioni

Le immagini che uno studente si fa dei concetti in alcuni casi possono essere delle vere e proprie misconcezioni, cioè interpretazioni errate delle informazioni ricevute.

Tali immagini-misconcezioni, essendo in continua evoluzione nella complessa scalata verso la costruzione di un concetto, non sempre risultano di *ostacolo* all'apprendimento futuro degli allievi, a meno che esse non diventino *forti e stabili modelli* erronei di un concetto.



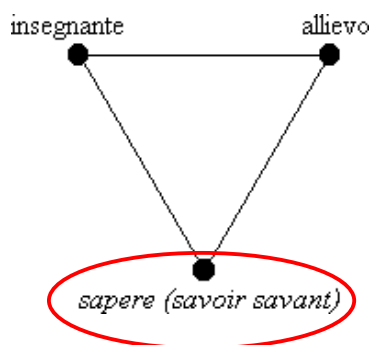
π 

π

Cosa si intende per Sapere?

In generale, per *Sapere* si intende il sapere consolidato, accademico, nel caso della Matematica, il *Sapere Matematico*.

Questo non è quello che entra nel rapporto Insegnante - Allievo

 π

Esempio: la Geometria – Infanzia e Primaria

SAPERE MATEMATICO

- › Geometria di Euclide
- › Geometria Proiettiva
- › Geometrie non euclidee
- › Geometria algebrica
- › Geometria analitica
- › Geometria differenziale
- › ecc...

SAPERE INSEGNATO

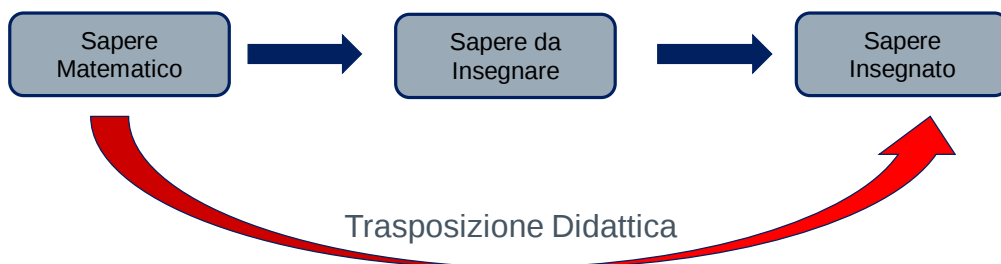
- › Sopra-sotto, avanti-dietro, a destra-a sinistra, dentro-fuori
- › Riconoscimento delle forme e prime classificazioni: rotondo, quadrato, triangolare...
- › Riconoscimento di altri attributi: sottile, spesso, alto...
- › Concetto di Linea, punto, angolo...

π

L'insegnante

 π

L'insegnante



La *Trasposizione Didattica* consiste nell'estrarre un elemento di sapere dal suo contesto (universitario, sociale, ecc...) per ricontestualizzarlo nel contesto sempre singolare, sempre unico, della propria classe

π

Costruzione del Sapere Matematico

Il ricercatore:

- parte da un certo contesto
- deve risolvere un problema
- comincia a fare ipotesi
- imposta tentativi di soluzione
- torna indietro
- corregge gli errori
- cambia le supposizioni che non sono valide
- riparte da capo
- riesce a trovare una soluzione
- rende noto a tutti il risultato ottenuto

 π

Costruzione del Sapere Insegnato

L'insegnante si trova a disposizione un sapere che è staccato dal contesto nel quale è stato prodotto.

Deve trasformare in qualche modo questo sapere



π Costruzione del Sapere Insegnato



Se l'insegnante pensa che la Matematica sia solo un insieme di formule, il suo insegnamento sarà di tipo essenzialmente descrittivo e questa sarà l'idea di Matematica che si faranno i suoi allievi

π Costruzione del Sapere Insegnato



Se pensa che la Matematica sia uno strumento per indagare e descrivere la realtà sarà molto attento a mettere in risalto aspetti costruttivi della matematica, partendo da problemi e facendo scaturire concetti e procedimenti dalla necessità di avere strumenti per risolverli

Misconcezioni

Inevitabili

non dipendono direttamente dalla trasposizione didattica effettuata dal docente ma dalla necessita di dover dire e mostrare qualcosa per poter spiegare un concetto.

Evitabili

dipendono invece proprio dalle scelte che l'insegnante fa per effettuare la trasposizione didattica.

π

Misconcezioni evitabili

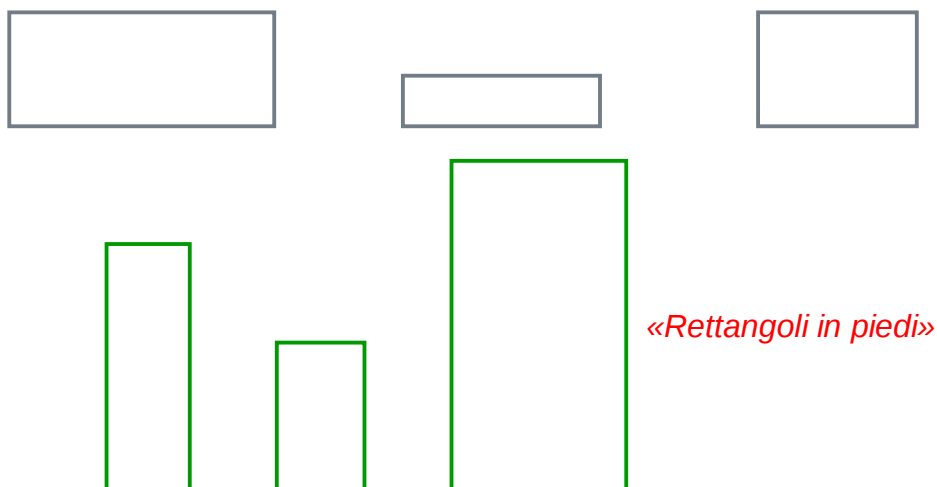
Le misconcezioni “evitabili”

- sono una diretta conseguenza delle scelte degli insegnanti
- dipendono dalla prassi scolastica “minata” da improprie consuetudini proposte dagli insegnanti ai propri allievi.

Tra le improprie consuetudini vi è la scelta di fornire all’allievo, giorno dopo giorno, rappresentazioni convenzionali univoche.

π

Misconcezione evitabile: esempio

 π

Misconcezione evitabile: esempio

Gli enti primitivi della geometria

«Che cos'è per te un punto in geometria?»

«È un punto rotondo che forma le linee» (III media). ●

Alcuni allievi rispondono attribuendo a questo ente matematico una *forma* “tondeggiante” che corrisponde a quella di un cerchio o di una sfera a seconda se si sta parlando del piano o dello spazio

π

Misconcezione evitabile: esempio

Inoltre, alcuni allievi associano alla forma dei punti geometrici anche una certa *dimensione variabile*:

«Per me il punto può essere una cosa grandissima o microscopica perché è come un cerchio di diverse misure» (IV primaria).

 π

Misconcezione evitabile: esempio

«Che cos'è per te un punto in matematica?»

«Sono dei puntini piccoli e grossi»
(Andrea, 5 anni)



π

Misconcezione inevitabile: esempio



Rettangolo



Rettangolo



Rettangolo



NON Rettangolo

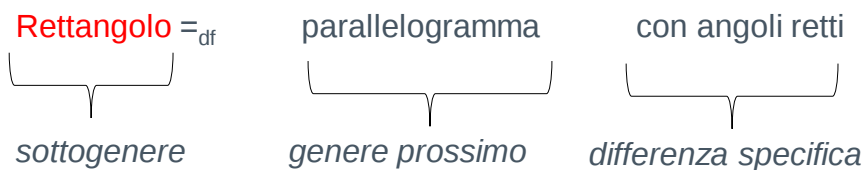
 π

Misconcezioni

La misconcezione che negli anni potrebbe essersi creata nell'allievo, che l'immagine prototipo di rettangolo è una figura che deve avere i lati consecutivi di lunghezze diverse, potrebbe a questo punto creare un conflitto cognitivo con la nuova immagine proposta dall'insegnante.

π

Misconcezioni

 π

Misconcezioni

Tale possibile misconcezione iniziale è considerata “*inevitabile*”, in quanto dipende dalla necessaria gradualità dell’introduzione dei saperi che, per essere proposti, si devono ancorare a rappresentazioni semiotiche che spesso nascondono la totalità e la complessità del concetto.

Risulta in effetti impensabile poter proporre inizialmente tutte le considerazioni necessarie per poter caratterizzare un concetto dal punto di vista matematico

π Misconcezioni

E' difficile per l'allievo costruire un concetto, soprattutto quando il modello che si forma rappresenta solo un'immagine-misconcezione che avrebbe dovuto essere ulteriormente ampliata per riuscire a contemplare i diversi aspetti del concetto stesso.



π Misconcezioni

Dal punto di vista didattico quando un insegnante propone un'immagine forte, convincente, persistente e in alcuni casi addirittura univoca di un concetto, tale immagine si trasforma in *modello intuitivo*

(Fischbein, 1985).



π

Misconcezioni

Tali modelli rispondono pienamente alle sollecitazioni intuitive e hanno dunque un'accettazione immediata forte;

si crea così una sorta di rispondenza diretta tra la situazione proposta ed il concetto matematico che si sta utilizzando;

ma questo modello potrebbe non rispecchiare il sapere matematico chiamato in gioco, generando così un modello erroneo che vincola l'apprendimento futuro;

più "forte" è il modello intuitivo, più difficile è infrangerlo per accomodarlo ad una nuova immagine più comprensiva del concetto.

 π

Misconcezioni

Le misconcezioni, che potrebbero non essere considerate in senso negativo se viste e proposte come momento di passaggio, diventano *ostacoli* per i successivi apprendimenti, difficili da essere superati.

Si tratta allora di non favorire anticipatamente l'insorgere di modelli, in quanto accomodare un modello erroneo trasformandolo in un nuovo modello comprensivo di una diversa situazione non è affatto facile, dato che il modello è per sua stessa natura forte e stabile.

π

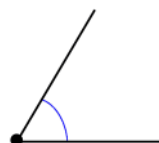
Misconcezione evitabile: esempio

Esame di Matematica all'Università, presso la Facoltà di Scienze della Formazione Primaria, viene chiesto ad uno studente non frequentante:

« Mi spieghi che cos'è un angolo?»

Lo studente risponde:

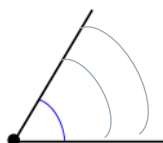
«Un angolo è la lunghezza dell'arco»

 π

Misconcezione evitabile: esempio

«Allora, a mano a mano che ti sposti l'angolo diventa sempre più ampio?»

E' vero, non ci avevo mai pensato...



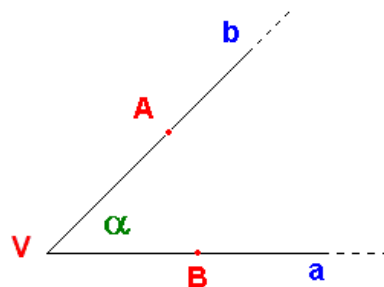
π Misconcezioni

In questo caso tale misconcezione si può considerare “evitabile” in quanto dipende da due diverse cause:

1. la reiterata proposta della stessa rappresentazione,
2. la scelta della rappresentazione stessa che, meno di altre, rispetta le proprietà del concetto che si vuole far apprendere (la limitatezza dell'archetto contrasta con l'illimitatezza dell'angolo).

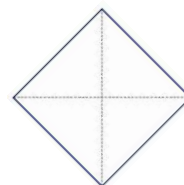
π Misconcezioni

Se l'insegnante mostrerà all'allievo sempre la stessa rappresentazione del concetto, senza pensare alle conseguenze che questa sua scelta potrebbe comportare, si potrebbero verificare ostacoli di natura didattica (Brousseau, 1983) per il futuro apprendimento.



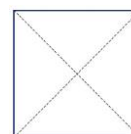
π Misconcezione evitabile: esempio

Dopo aver costruito dei fogli quadrati di carta dove si erano anche evidenziate le pieghe in corrispondenza delle diagonali, il ricercatore ha disposto il proprio modello di quadrato nella seguente "inaspettata" posizione rispetto a quella "classica" scelta dai bambini per parlare di quadrato:

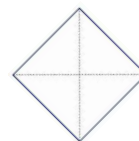


«Quello che hai in mano tu è un rombo, quello che abbiamo in mano noi è un quadrato»

I bambini tenevano il quadrato disposto nel seguente modo rispetto all'osservatore:



π Misconcezione evitabile: esempio



«Perché quello che ho in mano io è un rombo e il vostro è un quadrato?»

«Perché la maestra ci ha detto che il rombo ha le diagonali orizzontali e verticali, mentre il quadrato ha le diagonali oblique»

La rappresentazione e l'indicazione verbale che l'insegnante aveva fornito ai propri allievi, in buona fede, allo scopo di aiutarli, risultava in realtà un ostacolo all'apprendimento

Attenzione solo su una particolare posizione assunta dall'oggetto.

Tale posizione risultava intuitiva per gli allievi, essendo percettivamente immediata, ma celava le caratteristiche matematiche del concetto.

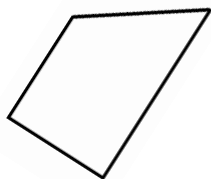
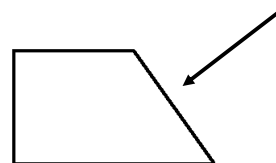
π Misconcezioni

Anche in questo caso, la misconcezione che si è creata è “*evitabile*” in quanto dipende da due diverse cause:

1. la reiterata proposta della stessa rappresentazione,
2. l'istituzionalizzazione verbale di tale scelta.

π Misconcezione evitabile: esempio

Il “lato obliquo” del trapezio



tutti i lati risultano obliqui rispetto al lettore, tranne quello che per convenzione è chiamato obliquo.

Tali misconcezioni sono “evitabili” in quanto dipendono dalla scelta linguistica dei termini che dà maggiore risalto alla posizione assunta dall'oggetto del quale si sta parlando, piuttosto che all'essenza dell'oggetto stesso, valorizzando così saperi esterni al contesto della Matematica.

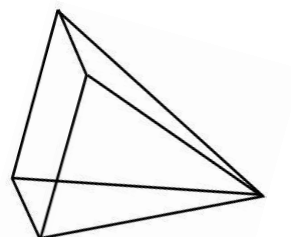
π

Misconcezione evitabile: esempio

La parola base nello spazio: faccia sulla quale “appoggia” il solido

III media, modello di piramide quadrangolare con una faccia triangolare appoggiata sulla cattedra, domanda:

«Di che solido si tratta?»



«Non so che cosa sia, ma se lo rigiri diventa una piramide a base quadrata»

(intendendo: con la faccia quadrata appoggiata sulla cattedra).

 π

Misconcezioni

Queste scelte didattiche congiunte possono provocare misconcezioni “evitabili”, dato che vincolano la posizione che deve assumere il solido nello spazio.

Ciò che si dovrebbe auspicare in ambito geometrico è che lo studente riesca ad osservare le proprietà matematiche dell’oggetto, invarianti rispetto alla posizione assunta.

«Uno degli obiettivi dell’insegnamento della geometria nella scuola primaria risiede nella costruzione da parte degli allievi di invarianti spaziali fondamentali che servono poi da relazioni di base per la geometria»
(La Borde, 2004)

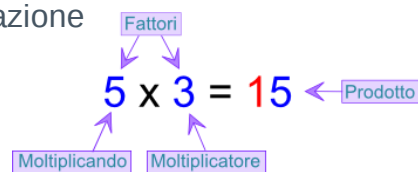
π

Misconcezione evitabile: esempio in aritmetica

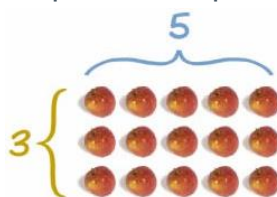
La Moltiplicazione accresce

Lo studente ha verificato per anni che l'operazione di Moltiplicazione aumenta i valori, detto in altre parole il Prodotto di 2 fattori è maggiore di entrambi

15 è più grande di 3 e di 5



l'Immagine figurale della Moltiplicazione, per esempio 3 per 5 è data da 3 file di 5 oggetti

 π

Misconcezione evitabile: esempio in aritmetica

La Moltiplicazione accresce

Poi arriva il giorno in cui si deve Moltiplicare quel 3 non più per il numero naturale 5 bensì per 0,5 e allora il Modello (oramai formatosi) non funziona più e la supposta regola generale dell'aumento crolla...



π

Misconcezione evitabile: esempio in aritmetica

SCHEMINI della primaria:

- ✓ operazioni che accrescono: addizione e moltiplicazione
- ✓ operazioni che diminuiscono: sottrazione e divisione

Didatticamente le continue conferme fanno di quell'immagine un Modello che poi sarà molto difficile distruggere quando nella prosecuzione degli studi s'incontreranno moltiplicazioni che *non accrescono* e divisioni che *non diminuiscono*

Si tratta allora di non dare queste informazioni distorte e sbagliate in modo esplicito e di evitare che si formino autonomamente per lasciare le Immagini ancora instabili in attesa di poter creare modelli adatti e significativi, vicini al sapere matematico che si vuole raggiungere

 π

Misconcezione evitabile: esempio in aritmetica

In generale, quando due numeri naturali, n e $n + a$ vengono confrontati, gli studenti, sin da piccoli, sanno che $n + a > n$.

$$-(n + a) > -n$$

$$x(n + a) > xn \quad x \in R$$

$$x^{n+a} > x^n \quad x \in R$$

π Misconcezione evitabile: esempio in aritmetica

Risultano numerose le misconcezioni legate al concetto di numero razionale (Fandiño Pinilla, 2005).

Per diversi allievi il successivo di 0,2 è 0,3

come nella forma frazionaria, per alcuni il successivo di $\frac{2}{5}$ è $\frac{3}{5}$

π Misconcezioni: aritmetica

«Ogni operazione aritmetica possiede oltre al suo *significato formale*, anche uno o più *significati intuitivi*. I due livelli possono coincidere oppure no»
(Fischbein 1985)

Esempio: 3 problemi additivi, a una tappa, cioè che si risolvono con una sola operazione:

1. Intorno ad un tavolo ci sono 4 ragazzi e 7 ragazze. Quanti sono in tutto?
2. Giovanni ha speso 4 franchi. Egli ha ora in tasca 7 franchi. Quanti franchi aveva prima?
3. Roberto ha giocato 2 Partite. Nella prima ha perso 4 punti, ma alla fine della seconda partita si è trovato in vantaggio di 7 Punti. Che cosa è successo nella seconda partita?

π

Misconcezioni: aritmetica

1. Intorno ad un tavolo ci sono 4 ragazzi e 7 Ragazze. Quanti sono in tutto?
 - Risolto già in II elementare, età di 7 anni: i risolutori arrivano a sfiorare il 100%
 - Perfetta coincidenza tra *significato formale* e *significato intuitivo*
 - Quasi nessuno degli stessi ragazzi risolve però il problema 2 e quei pochi che lo risolvono più o meno tirano a indovinare, dopo tutto ci sono solo 2 dati numerici a disposizione 4 e 7

 π

Misconcezioni: aritmetica

2. Giovanni ha speso 4 franchi. Egli ha ora in tasca 7 franchi. Quanti franchi aveva prima?
 - E' risolto anche se con difficoltà in IV e V elementare, 9 o 10 anni.
 - Le soluzioni corrette ottenute con consapevolezza raggiungono una discreta percentuale

π

Misconcezioni: aritmetica

3. Roberto ha giocato 2 Partite. Nella prima ha perso 4 punti, ma alla fine della seconda partita si è trovato in vantaggio di 7 Punti. Che cosa è successo nella seconda partita?

- causa di un insuccesso pressochè totale
- ancora in I e II media, 11 e 12 anni, il problema ha percentuali di risoluzione del 25% o anche meno.
- Questo tipo di prove evidenziano che è falso il supposto criterio di difficoltà della risoluzione di problemi in base al quale è l'aumentare del numero di operazioni da eseguire nella risoluzione che genera un aumento della difficoltà

 π

Misconcezioni: aritmetica e problemi

Molti autori hanno proposto l'analisi delle difficoltà di comprensione delle operazioni per comprendere:

- che cosa fanno i bambini quando risolvono i problemi;
- la natura stessa dei problemi

PROBLEMA
↓
SOLUZIONE

Modelli



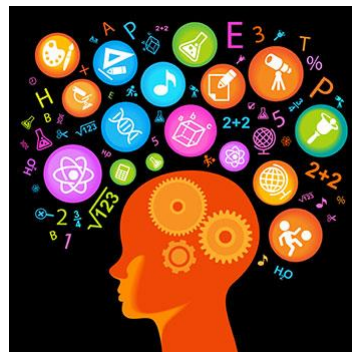
π

π Costruzione di un Modello

Abbiamo detto che: lo studente si costruisce *un'immagine I* di un *concetto C*; egli la crede stabile, definitiva;

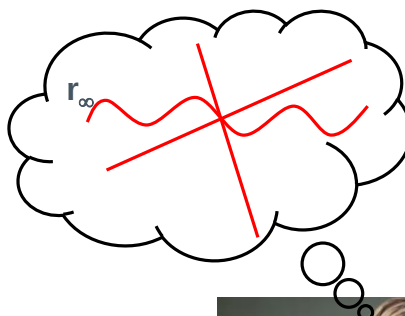
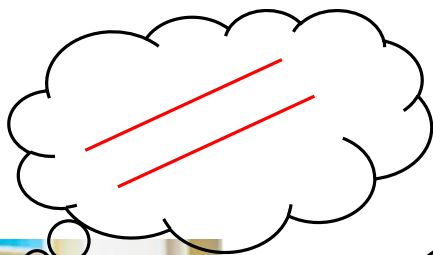
Ad un certo punto della sua storia cognitiva, riceve informazioni di *C* che non sono contemplate dall'immagine *I* che aveva;

Deve allora adeguare la vecchia immagine *I* ad una nuova, più ampia, che non solo conservi le precedenti informazioni, ma accolga anche le nuove. La nuova immagine è più «vicina» al concetto *C*

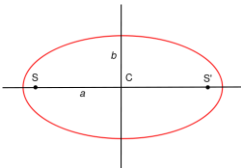
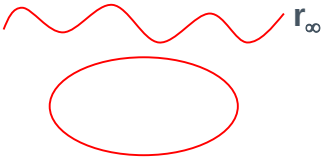
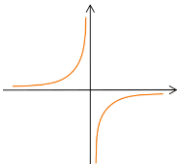
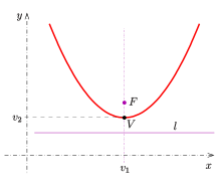
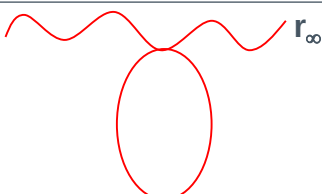


π

Concetto C: Rette parallele

 π

Concetto C: Le Coniche

	Scuola secondaria II grado	Università
Ellisse		
Iperbole		
Parabola		

π Costruzione di un Modello

C'è un momento in cui l'immagine cui si è pervenuti dopo alcuni passaggi «resiste» a sollecitazioni diverse, si dimostra forte da includere tutte le argomentazioni e informazioni nuove sul concetto C che rappresenta.

Le nuove sollecitazioni finiscono con il confermare la bontà del fatto che quella sia l'immagine giusta, corretta, definitiva di C

Un'immagine di questo tipo si può chiamare

MODELLO M del Concetto C

π Costruzione di un Modello

Ci sono 2 possibilità:

1. M si forma al momento giusto. L'azione didattica ha funzionato e lo studente si è costruito il Modello M corretto del concetto C
2. M si forma troppo presto quando ancora rappresenta solo un immagine che avrebbe dovuto essere ulteriormente ampliata; a questo punto non è più facile raggiungere C perché la stabilità di M è di per sé stessa un ostacolo

π

Per approfondimenti

- D'Amore B. (2007). Epistemologia, didattica della matematica e pratiche d'insegnamento. *La matematica e la sua didattica*. Vol. 21, n° 3. 347-369.
- Sbaragli S. (2006). Le misconcezioni in aula. In: G. Boselli, M. Seganti (eds.). *Dal pensare delle scuole: riforme*. Roma: Armando Editore. 130-139.