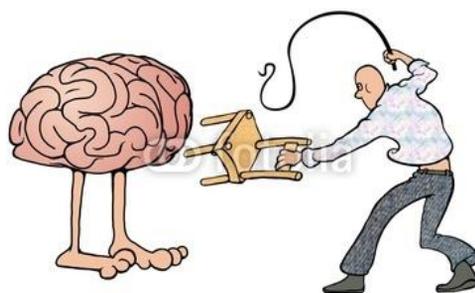


Didattica della Matematica

23 marzo 2020
Prof.ssa Eliana Francot

π

Conflitti Cognitivi



π

π Conflitti «interni»

Il conflitto cognitivo è un conflitto interno causato dalla non coincidenza tra

- 2 concetti
- 2 Immagini
- un'immagine ed un concetto
- un modello intuitivo che non corrisponde al modello matematico del concetto ed il modello matematico stesso

π Conflitti «cognitivi»

In ogni caso c'è una lotta tra il desiderio inconsapevole di tenere salda un'immagine acquisita e nuove informazioni su un concetto che essa non riesce ad inquadrare

π Conflitti «sociocognitivi»

Il conflitto può anche essere *sociale* oltre che cognitivo

Supponiamo che lo Studente abbia un'immagine stabile o un modello intuitivo su di un certo argomento e che ritenga si tratti di quello condiviso da tutta la classe.

Un bel giorno tale modello entra in conflitto con quello proposto dell'insegnante e in quell'occasione lo studente si accorge che questo modello non è affatto condiviso da un compagno o dalla classe

Si accorge di essere isolato, per esempio il compagno o gli altri compagni non si meravigliano affatto di una proposta che lui non riesce invece ad accettare perché non collima con il suo modello

Ostacoli all'apprendimento



π Ostacoli all'apprendimento

Proposti una prima volta da Brousseau a metà degli anni '70 e sistemati in modo definitivo negli anni successivi

L'apprendimento comporta necessariamente:

- rotture cognitive,
- assimilazione e accomodamento di immagini e di concetti,
- formazione di modelli,
- modifica di modelli intuitivi,
- accettazione di concezioni,
- modifiche di linguaggi,
- modifica di sistemi cognitivi,
- inserimento di fatti nuovi in copioni abituali
- ecc...

π Ostacoli all'apprendimento

Un *ostacolo* è un'idea che, al momento della formazione di un concetto, è stata efficace per affrontare dei problemi (anche solo cognitivi) precedenti, ma che si rivela fallimentare quando si tenta di applicarla ad un problema nuovo



π Ostacoli all'apprendimento

Brousseau fornisce alcune caratteristiche degli ostacoli:

- un ostacolo non è una mancanza di conoscenza ma è una conoscenza,
- l'allievo usa questa conoscenza per dare risposte adatte in un contesto noto,
- se l'allievo tenta di usare questa conoscenza fuori dal contesto noto, fallisce, generando risposte scorrette, ci si accorge allora che si necessita di punti di vista diversi,
- l'ostacolo produce contraddizioni
- anche una volta superato, in modo sporadico l'ostacolo riappare

π Ostacoli all'apprendimento

Ostacoli di natura Ontogenetica

Ogni soggetto che apprende sviluppa capacità e conoscenze adatte alla sua età mentale (che può essere diversa dall'età cronologica), dunque adatte a mezzi e scopi di quell'età: rispetto all'acquisizione di certi concetti, queste capacità e conoscenze possono essere insufficienti e possono costituire quindi ostacoli di natura ontogenetici



π Ostacoli all'apprendimento

Ostacoli di natura Didattica

Ogni docente sceglie un progetto che crede efficace secondo le sue convinzioni sia scientifiche che didattiche.

Quel che è efficace per qualche studente potrebbe non esserlo per altri. Per altri potrebbe essere un ostacolo.

Esempio: insegnare i numeri razionali sin dalla scuola primaria.

π Ostacoli all'apprendimento

Ostacoli di natura Didattica



Esempio: per i bambini della primaria i numeri decimali sono dei

«numeri con la virgola»

Il bambino si trova in un momento molto delicato in cui sta completamente assimilando le idee legate alla struttura dei numeri interi ed egli finisce per sistemare anche i razionali all'interno di questa struttura.

π Ostacoli all'apprendimento

Ostacoli di natura Epistemologica

Gli ostacoli di natura epistemologica sono invece legati alla natura stessa dell'argomento: nascono da difficoltà insite nello stesso concetto o nelle relazioni tra concetti diversi.

Un ostacolo epistemologico è una conoscenza che produce risposte adatte in un certo contesto ma false in un altro contesto.

Questa conoscenza resiste alle contraddizioni alle quali è sottoposta: è indispensabile identificare l'errore e incorporare il suo rifiuto nel nuovo sapere.

π Ostacoli all'apprendimento

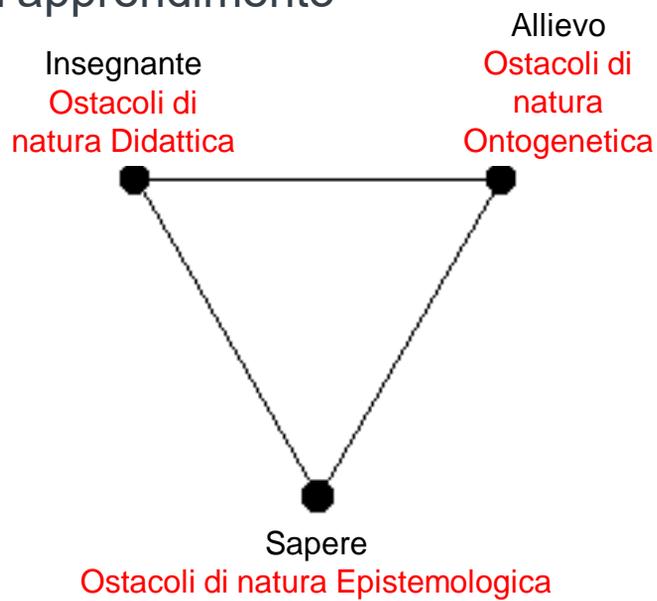
Ostacoli di natura Epistemologica

Possiamo avere esempi di questo tipo di ostacoli se ripercorriamo la storia dello sviluppo della matematica e ricerchiamo quelle idee che hanno avuto bisogno, per affermarsi, di una frattura con concezioni precedenti.

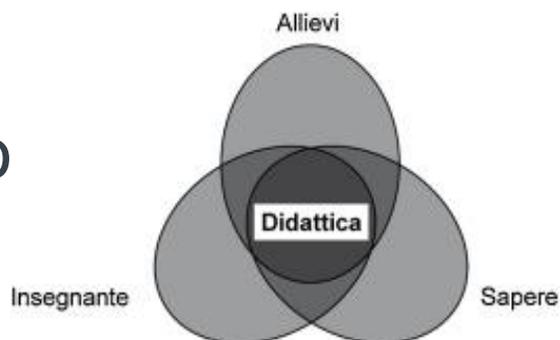
Alcuni esempi molto significativi sono le difficoltà insite

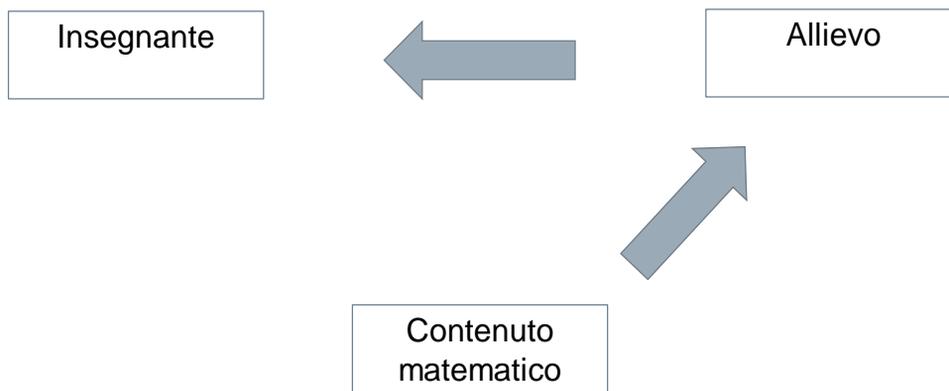
- nel concetto di zero,
- nel simbolismo algebrico,
- nella nozione di infinito.

π Ostacoli all'apprendimento



Sistema Didattico

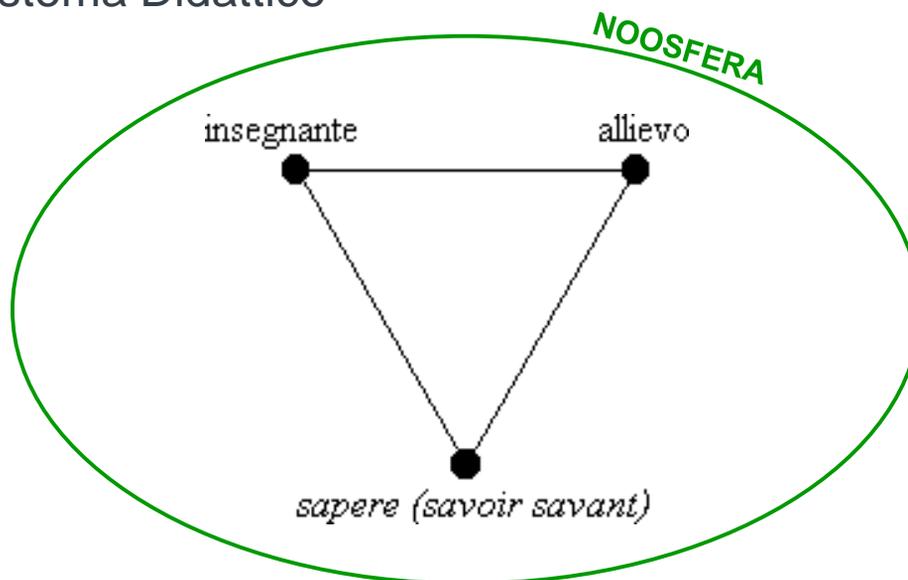


 π

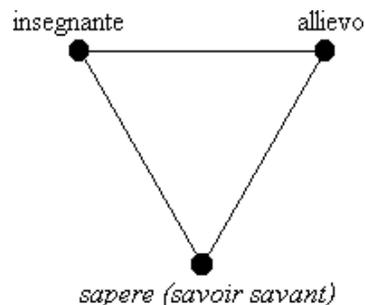
Yves Chevallard 1982

 π

Sistema Didattico



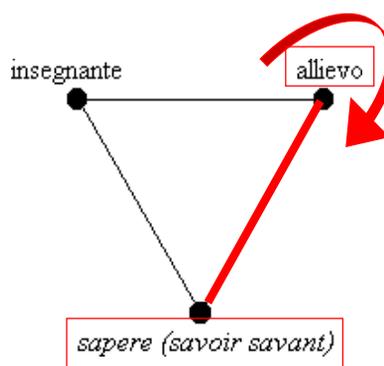
π Sistema Didattico



Affrontare le questioni dell'insegnamento e dell'apprendimento in termini di didattica, significa che la trasmissione della conoscenza è un fenomeno complesso, che necessita di numerose mediazioni, e che occorre sempre tenere insieme i tre poli: dell'insegnante, del sapere e dell'allievo, ma senza ridurre l'analisi ad uno dei tre.

Cornu, Vergniox

π Sistema Didattico



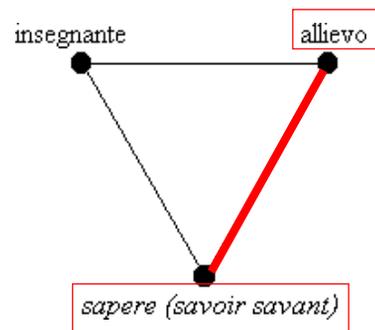
Il rapporto è caratterizzato dal verbo “*apprendere*” e l’attività principale è l’implicazione che permette all’alunno l’accesso a un sapere personale che viene *istituzionalizzato* dall’insegnante.

La costruzione della conoscenza viene quindi influenzata dalle immagini possedute dall’allievo, dal suo rapporto con le discipline e con “*l’istituzionalizzazione del sapere che dipende molto dall’età, dalle esperienze pregresse, dalla famiglia, dal tipo di società in cui l’allievo vive*”

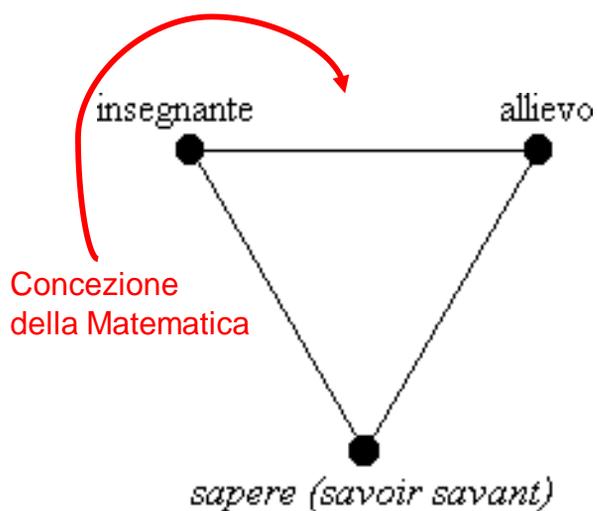
π Sistema Didattico

Il rapporto allievo-sapere è caratterizzato da

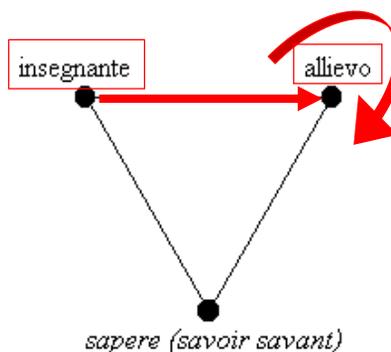
- ✓ le diverse teorie dell'apprendimento,
- ✓ la teoria degli ostacoli epistemologici e ontogenetici,
- ✓ il ruolo delle misconcezioni,...



π Costruzione del Sapere Insegnato



π Sistema Didattico

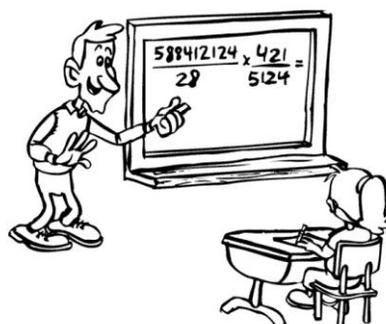


Il rapporto può essere riassunto dal verbo “animare” ed è caratterizzato da due concetti:

- *devoluzione*: è l'azione dell'insegnante rivolta all'alunno che spinge quest'ultimo a responsabilizzarsi e, quindi, a impegnarsi in una personale attività cognitiva;
- *implicazione*: rappresenta l'azione che l'alunno compie su di sé quando accetta di farsi carico della costruzione della propria conoscenza.

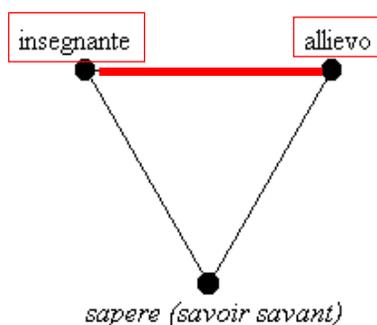
π Sistema Didattico

La responsabilità dell'apprendimento ricade tutta intera sull'allievo: egli deve «voler» apprendere,



Creare condizioni per cui l'allievo sia interessato ad apprendere

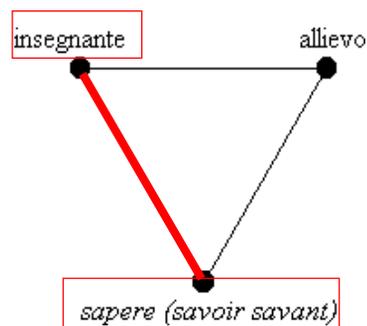
π Sistema Didattico



La relazione insegnante-allievo è contraddistinta quindi da diversi elementi:

- ✓ il contratto didattico,
- ✓ gli ostacoli didattici,
- ✓ la valutazione,
- ✓ la devoluzione,...

π Sistema Didattico



La relazione è caratterizzata dal verbo “*insegnare*” e da due attività specifiche:

- *istituzionalizzazione del sapere* che avviene quando il docente e l'alunno, mediante un atto sociale, riconoscono la devoluzione; questo è un processo complementare alla devoluzione e all'implicazione;
- *trasposizione didattica*

Istituzionalizzazione del Sapere

UN **SAPERE PERSONALE**
viene
ISTITUZIONALIZZATO

Cioè viene riconosciuto dall'insegnante come sapere legittimo e spendibile nel contesto scuola come altri saperi legittimi	
--	--

diventa allora
SAPERE ISTITUZIONALIZZATO PRIVATO

Viene accettato, discusso, condiviso e gli viene dato un nome che si comunica essere quello socialmente stabilito dalla ristretta comunità adulta che ha diritto di accesso al sapere	
---	--

diventa allora
SAPERE ISTITUZIONALE

Istituzionalizzazione del Sapere

Acquisizione di un sapere personale	
-------------------------------------	--

<i>Ho scoperto che $3 + 5 = 5 + 3$</i>

Istituzionalizzazione	
-----------------------	--

<i>Puoi usarlo</i>

Nominalizzazione	
------------------	--

<i>Si chiama Proprietà Commutativa</i>
--

Costruzione di un sapere istituzionalizzato

π Sistema Didattico

Condizioni nelle quali si forma il sapere:

- la situazione che si crea nella classe;
- il modo in cui l'insegnante è in grado di gestirla

Teoria delle situazioni Didattiche.
Filone di ricerca iniziato con Brousseau (1997).

π Il paradosso del processo di insegnamento-apprendimento e la teoria delle situazioni didattiche

- l'allievo di fronte **ad una richiesta** dell'insegnante pone domande per uscire da eventuali difficoltà e per indagare sulla natura della richiesta
- più il professore cede alle domande e svela cosa vuole (risposta attesa)
- più dice chiaramente e apertamente all'allievo cosa deve fare
- più rischia di perdere la possibilità di veder realizzato l'apprendimento desiderato

Tutto ciò che l'insegnante fa per produrre nell'allievo i comportamenti attesi tende a far scomparire le condizioni necessarie all'apprendimento.

- Se l'allievo accetta che l'insegnante gli sveli i risultati e non trova lui stesso come ottenerli non apprende la matematica

al contrario

- Se rifiuta tutte le informazioni che vengono dall'insegnante, allora la relazione didattica si rompe

PARADOSSO del processo di
INSEGNAMENTO – APPRENDIMENTO

«Effetto Jourdain»



Mettiamo in atto l'effetto Jourdain quando descriviamo la produzione dei nostri studenti in termini matematici, il che presuppone un'elaborata attività concettuale da parte loro, quando in realtà non abbiamo alcuna evidenza che tale attività ci sia realmente stata.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

«Effetto Jourdain»

L'insegnante assegna un problema ai suoi allievi.

Capita che la maggioranza della classe fallisca: il problema non viene risolto quasi da nessuno.

L'insegnante si sente in difficoltà: che cosa sta capitando?

Lui sa benissimo di essere parte del sistema didattico e sa che il suo ruolo, riconosciuto dalla società è quello di insegnare un sapere.

Intimamente pensa che se il sapere, se l'oggetto da insegnare per cui lui è stato chiamato a far parte della relazione d'aula non viene appreso, lui non ha svolto bene il suo lavoro e per questo potrebbe ricevere critiche dai membri della società che lo ha scelto.

«Effetto Jourdain»

La soluzione trovata è la seguente: l'insegnante

- propone ai propri allievi un problema che egli ritiene essere *analogo* al problema che aveva proposto loro precedentemente, ma nel quale avevano fallito.
- risolve, per conto degli alunni, il problema mostrando loro la soluzione e tutti i vari momenti che portano a questa
- propone, poi un “nuovo” problema agli allievi simile a quello non risolto in precedenza, con la speranza che essi riconosceranno la similitudine e che utilizzeranno la correzione e le spiegazioni che egli ha dato per *riprodurre* lo stesso metodo di risoluzione
- raccomanda fortemente ai propri allievi di cercare e di utilizzare questa analogia.

«Effetto Jourdain»

Cosa succede?

- L'allievo, spinto dalle sollecitazioni dell'insegnante (possiamo chiamarle suggerimenti) risolve con successo il problema analogo
- L'insegnante vive questo momento come un momento di successo personale: è felice per aver trovato la strategia vincente, i suoi allievi rispondono ciò che lui si aspetta.
- L'allievo vive questo momento come un momento di successo: sa di aver risolto un problema e di aver ottenuto il consenso dell'insegnante.

«Effetto Jourdain»

In realtà, che cosa è successo?

Secondo quanto affermato in D'Amore (2007), l'allievo produce la risposta esatta al problema,

- non perché abbia compreso la sua necessità matematica o logica a partire dall'enunciato,
- non perché egli abbia “compreso e risolto il problema”,
- non perché abbia appreso un oggetto matematico,

ma semplicemente perché ha stabilito una somiglianza con un altro esercizio; egli non ha fatto altro che riprodurre una soluzione già fatta da altri per lui.

«Effetto Jourdain»

«Questo “abuso della analogia” è una delle forme più comuni dell'effetto “Jourdain”, uno degli effetti del contratto didattico.

*Il professore ottiene la risposta sperata con mezzi banali (senza valore) e fa credere all'alunno che ha realizzato una attività scientifica in modo autonomo»
(Brousseau, 2006)*

Teoria delle Situazioni Didattiche

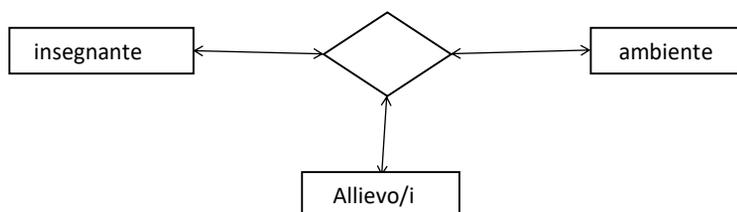


- Come fare a superare il paradosso del processo di Insegnamento-apprendimento?
- Come bilanciare sapere istituzionalizzato e sapere da costruire?

π

Situazioni (didattiche)

«Una Situazione Didattica è un insieme di relazioni esplicitamente e/o implicitamente stabilite tra un allievo o un gruppo di allievi, qualche elemento del contorno incluso strumenti o materiali e l'insegnante al fine di permettere agli allievi di apprendere (ricostruire) qualche conoscenza».



Situazioni (didattiche)

L'allievo

- costruisce conoscenza solo se si interessa personalmente del problema
- è in grado di trovare una soluzione di quanto gli è stato proposto attraverso la situazione didattica

Secondo Brousseau (1986) le Situazioni possono essere di tre tipologie diverse:

- situazioni non didattiche
- situazioni didattiche
- situazioni a-didattiche

Situazioni non didattiche

È una situazione non volontariamente costruita per un sapere:

- l'insegnante e l'allievo non hanno un rapporto specifico con un sapere in gioco,
- manca la volontà specifica didattica di insegnare,
- l'insegnante non ha costruito un 'ambiente didattico' finalizzato all'apprendimento di qualche nozione specifica del sapere da insegnare.

Situazioni non didattiche

Ad esempio:



Situazioni didattiche

L'insegnante struttura l'ambiente in modo adeguato, con strumenti opportuni, con l'obiettivo di giungere alla fine dell'attività ad una conoscenza specifica.

Tutto avviene alla luce del sole, in un ambiente dichiarato:

- l'allievo sa che sta imparando e che l'insegnante sta insegnando;
- l'insegnante è consapevole del suo ruolo e di come la situazione si sta sviluppando.

Situazioni didattiche

C'è intenzione esplicita di insegnare, la situazione è tutta esplicita:

- l'allievo sa che in quel momento si stanno delineando ed evolvendo nozioni che fanno parte del sapere della scuola;
- l'insegnante dichiara fin da subito l'obiettivo cognitivo che si vuole raggiungere,
- quali sono le sue proprie attese,
- che cosa egli si aspetta che gli studenti facciano, costruiscano, che risposte devono dare alle sue domande

Situazioni didattiche

Lo studente viene impegnato non tanto ad apprendere, ma [a capire] che cosa fare o dire per assecondare le attese dell'insegnante su quel determinato tema.

E' tutto così esplicito che l'allievo, giunto al momento di dover dare risposte, non si pone domande sul contenuto, ma su cosa l'insegnante si aspetta che egli faccia o risponda.



Situazioni a-didattiche

«In una situazione a-didattica, l'allievo sa che il problema è stato scelto per fargli acquisire una nuova conoscenza ma sa anche che questa conoscenza è giustificata dalla logica interna della situazione»

(Brousseau)



Situazioni a-didattiche

- sono in ballo gli studenti e l'oggetto della conoscenza, non l'insegnante;
- la situazione suggerisce delle esigenze e gli studenti danno risposte a queste;
- quello che si fa non è legato a spinte dell'insegnante (che assume il ruolo di regista);
- gli studenti si impegnano in una attività di costruzione di conoscenza legata alla situazione;

Quali sono le condizioni perché una situazione possa essere vissuta come a-didattica?

- L'alunno immagina una risposta iniziale (procedura di base) che non è quella che si vuole insegnare,
- la procedura di base deve rivelarsi immediatamente insufficiente perché l'alunno sia costretto a fare degli accomodamenti.

Secondo Brousseau l'azione didattica si deve articolare in diverse fasi caratterizzate da 4 tipi di situazione

SITUAZIONE DI AZIONE

SITUAZIONE DI FORMULAZIONE

SITUAZIONE DI VALIDAZIONE

SITUAZIONE DI ISTITUZIONALIZZAZIONE

Situazione di Azione

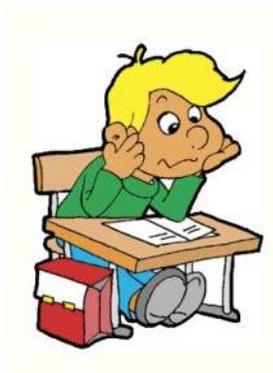
L'insegnante organizza un contesto di lavoro per gli studenti ma poi si defila dalla scena.

Sceglie e formula un problema in modo tale che gli studenti:

- se ne fanno carico
- sono interessati a risolvere il problema per loro curiosità
- hanno i mezzi per costruire in modo autonomo la soluzione
oppure
inventano una nuova procedura
oppure
scelgono una procedura tra quelle che conoscono
(ma senza che l'insegnante suggerisca quale)



In questa situazione, la conoscenza è un mezzo per risolvere un problema o una classe di problemi



Situazione di Formulazione

Gli studenti

- scambiano e confrontano osservazioni
- creano un linguaggio adeguato e condividono alcuni significati

L'insegnante

- dirige gli scambi
- sottolinea alcune formulazioni degli studenti

In questa situazione, la conoscenza appare come il risultato di un'esperienza personale, che deve essere comunicata per essere compresa da altri e quindi depersonalizzata e decontestualizzata