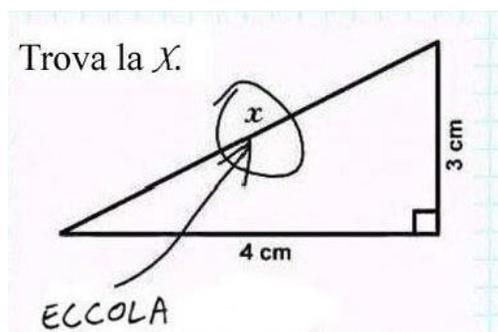


Didattica della Matematica

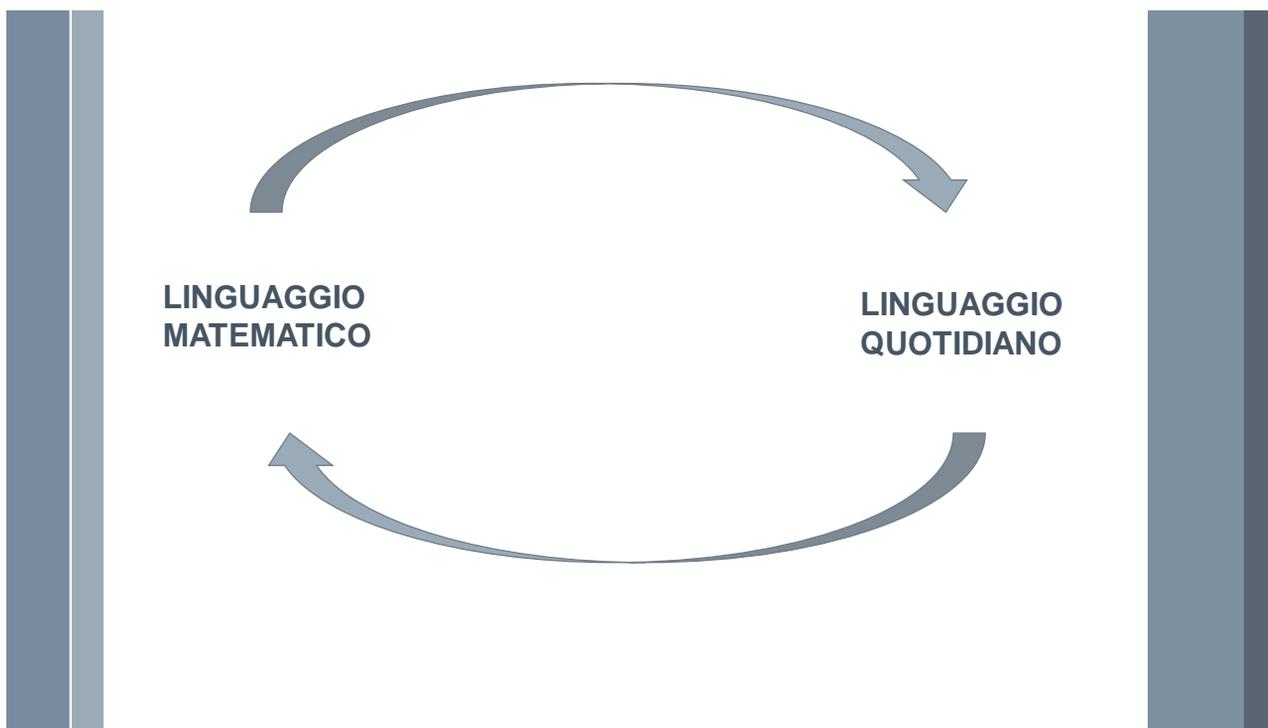
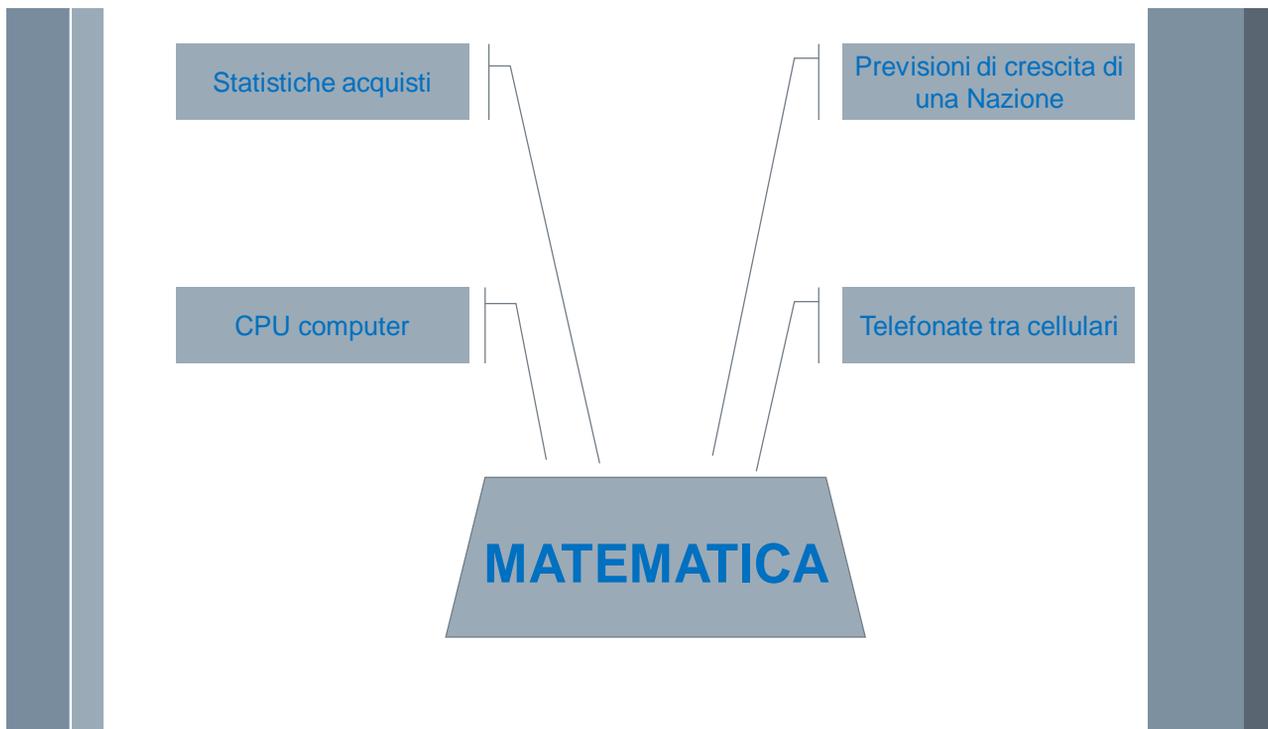
30 marzo 2020
Prof.ssa Eliana Francot

π

Linguaggio della
Matematica in aula



π



NUMERO {
Naturale
Intero
Razionale
Reale
Complesso

«Se piove allora prendo l'ombrello»



«I casi sono due: non piove oppure prendo l'ombrello»
(Il che non esclude che si verifichino entrambi)

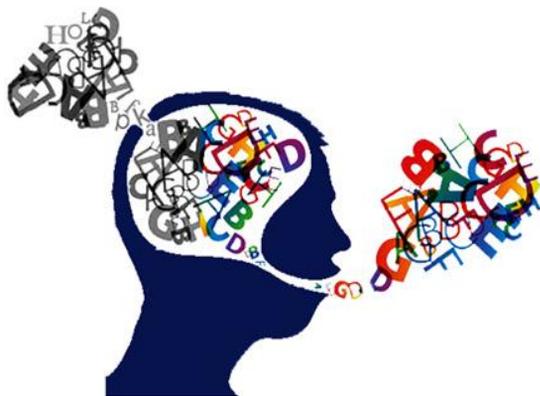
«Se io sono a Milano allora io sono a Brescia»

$$\neg (M \Rightarrow B) \quad \Leftrightarrow \quad M \wedge (\neg B)$$

Linguaggio Matematico
Linguaggio Quotidiano

π

Ruolo del linguaggio (Anna Sfard 2001)



Il ruolo del linguaggio, o meglio dei linguaggi, non è meramente quello di trasmettitore di significati già costruiti, ma anche di costruttore di significati

 π

Linguaggio della Matematica in aula

Questioni pratiche:

- › Il paradosso del linguaggio specifico
- › Formazione di classi con competenze linguistiche eterogenee
- › Sviluppo di nuove forme di comunicazione

π

Linguaggio della Matematica in aula: Formazione di classi con competenze linguistiche eterogenee



Necessità di coordinare la costruzione dei concetti con i livelli di padronanza della lingua

Pier Luigi Ferrari *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica* 2004 Pitagora Bologna.

 π

Linguaggio della Matematica in aula: Sviluppo di nuove forme di comunicazione

Necessità di prestare la massima attenzione ai significati veicolati dai nuovi linguaggi, alle funzioni (anche nascoste) che possono avere.

- Importanza di studi sulle competenze linguistiche per l'insegnamento della matematica;
- Indicazioni Nazionali per la scuola secondaria di I e II grado inseriscono obiettivi comunicativi all'interno dell'educazione matematica

P.L. Ferrari *Matematica e Linguaggio Quadro teorico e idee per la didattica*, Pitagora Bologna

π

Legame tra competenza linguistica e competenza matematica

«Un re lascia il suo castello con i suoi servitori e viaggia alla velocità di 10 km al giorno. Alla fine del primo giorno, manda un messaggio al castello per informarsi dello stato di salute della regina. Il messaggero, che viaggia alla velocità di 20 km al giorno, va al castello e riparte immediatamente con la notizia. Se il re continua a viaggiare alla velocità di 10 km al giorno, quando sarà raggiunto dal messaggero? Spiegare la motivazione data»

L0: nessun commento, parole sconnesse, frasi poco organizzate (10 Studenti)

L1: presenza di qualche frase ben organizzata e semanticamente adeguata seppur semplice, raramente frasi composte o condizionali. (24 Studenti)

L2: presenza di un buon numero di frasi organizzate, che includono frasi composte e condizionali (11 Studenti)

 π

Legame tra competenza linguistica e matematica

Dei 13 Studenti che hanno abbandonato l'Univ. a fine ottobre del I anno: 8 del livello L0 e 5 del livello L1

Dei 25 Studenti che hanno superato Algebra entro maggio: 11 del livello L2 e 14 del livello L1

Quindi:

- L'appartenenza al livello L2 non è una condizione necessaria per una competenza in algebra (ma aiuta)
- L'appartenenza al livello L0 sembra essere una condizione sufficiente per il fallimento.

P. Boero – N. Douek – P.L.Ferrari (2008) *Developing mastery of natural language*, in L. English (ed.) *International Handbook of Research in Mathematics Education*, Routledge, New York pp. 262-295



Legame tra competenza linguistica e matematica

Conclusioni.

E' importante che gli insegnanti di matematica:

- siano convinti del ruolo della competenza linguistica in matematica;
- rigettino la convinzione diffusa che sfera linguistica e scientifica siano irreversibilmente separate;
- Supportino un uso flessibile dei linguaggi, senza credere che la specificità della matematica vada difesa con l'adesione a canoni linguistici rigidi

P. Boero – N. Douek – P.L.Ferrari (2008) *Developing mastery of natural language*, in L. English (ed.) *International Handbook of Research in Mathematics Education*, Routledge, New York pp. 262-295

Gli studenti

prediligono la costruzione di frasi:

- incomplete
- costruite parzialmente con simboli e parzialmente con parole

evitano totalmente l'uso degli indicatori di

- premessa (dato che, poiché, grazie a...)
- conclusione (quindi, perciò, di conseguenza...)

- Il linguaggio matematico oltre che preciso, deve essere CHIARO
- Lo studio scolastico della matematica deve andare di pari passo con lo studio di tutte le altre materie.
 - Attività interdisciplinari
 - Analisi testuale
 - Analisi grammaticale
 - Analisi logico-filosofica di un breve testo matematico

 π

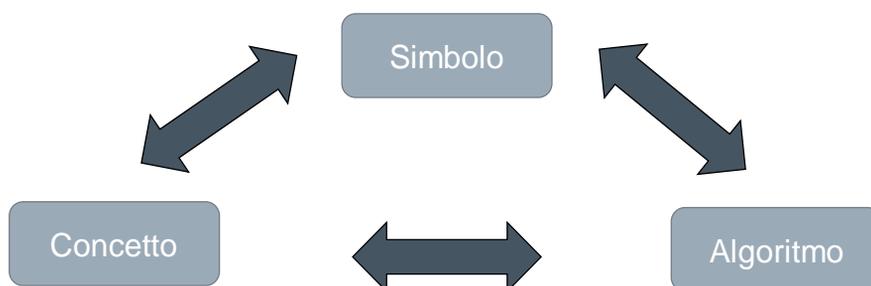
Linguaggio della Matematica in aula

Se noi accettiamo il fatto che la didattica della matematica tratti problemi di **comunicazione della matematica**, siamo portati a concludere che non si può non fare qualche riflessione sul complesso rapporto che c'è tra:

- › l'esposizione della matematica con l'intenzione di farla apprendere,
- › il suo apprendimento consapevole,
- › la necessità di comunicazione che si ha in aula,
- › il contratto di comunicazione che si instaura in aula
- › la *lingua comune*.

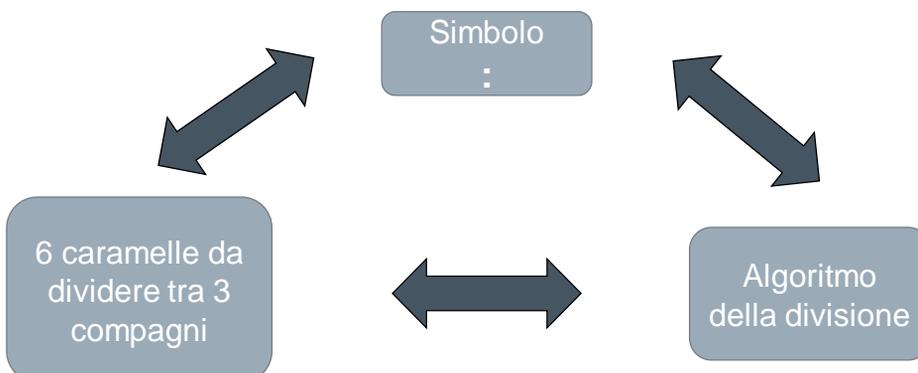
π Linguaggio della Matematica in aula

In più, c'è il problema del simbolismo.



π Linguaggio della Matematica in aula

La Divisione



π Linguaggio della Matematica in aula

Uno dei momenti critici a questo riguardo per l'apprendimento della matematica è l'adolescenza.

Gli allievi non hanno ancora acquisito del tutto padronanza della lingua comune, e d'altra parte, è ai livelli di scolarità frequentati dagli adolescenti che comincia ad esserci davvero bisogno di far uso del linguaggio specifico della matematica non solo esplicativo, ma anche formale.



π Linguaggio della Matematica in aula

Esistono problemi specifici in relazione alle *attività* diciamo così *linguistiche* in matematica, o si tratta invece di falsi problemi di concettualizzazione matematica?

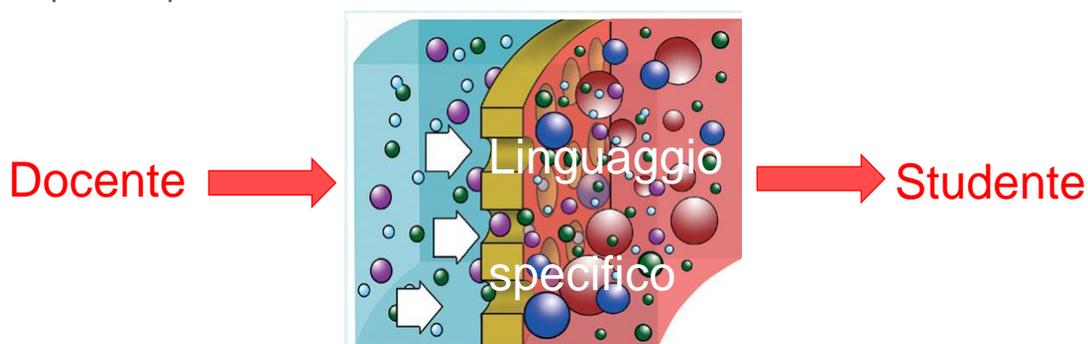
Secondo alcuni autori, questa specificità esiste davvero.

(Laborde, Maier, D'Amore).

π Linguaggio della Matematica in aula

Sembra impossibile che lo studente apprenda “per osmosi” a far uso del linguaggio specifico della matematica;

occorre dunque che vi sia una vera e propria attività didattica specifica esplicitata pensata in tal senso.

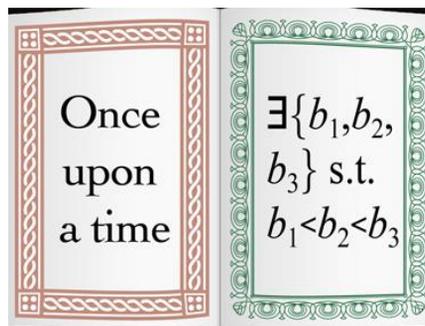


π Linguaggio della Matematica in aula

Le caratteristiche del discorso matematico.

Le caratteristiche che di solito si danno come specifiche del linguaggio matematico sono:

- **precisione,**
- **concisione,**
- **universalità.**



π Linguaggio della Matematica in aula

La lingua nella quale si fa matematica ha un “*codice semiologico proprio*”; ciò comporta varie convenzioni, più o meno esplicite:

- c'è un uso di scritture specifiche, le espressioni simboliche, come le formule;
- esse sono a volte inserite in frasi che, per il resto, appartengono alla lingua comune.

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ così definito

$$f(x, y, z) = (2x + y, -x + 2z, x + y + 2z)$$

- Determinare nucleo e immagine di f e dire se f è un isomorfismo,
- stabilire se f è semplice ed in caso affermativo determinare la matrice diagonale D simile a $\mathfrak{M}_C(f)$ ed una base di autovettori per f .

π Linguaggio della Matematica in aula

Questo codice assolve a due funzioni:

Una funzione di **designazione**
(si ricorre alla designazione per nominare un oggetto)

Designazioni semplici:

una **lettera** sta per un punto



Designazioni complesse, quando si tratta di più designazioni raccolte in una sola, secondo regole sintattiche stabilite:

per esempio la scrittura **$f(x,y)$**

π Linguaggio della Matematica in aula

Una funzione di **Localizzazione**:

per esempio se si scrive

[a,b[

non si designa solo il nome di un intervallo, ma di esso si danno tante informazioni; per esempio si dice che **contiene a, ma non b**

Tutto ciò produce un grande risultato di concisione e di precisione, ma la “**densità**” dell’informazione che ne risulta è notevole.

π Linguaggio della Matematica in aula

Non solo i simboli matematici, ma anche la stessa lingua comune, quando è usata in matematica, appare piuttosto complessa perché in poche battute deve dare parecchie informazioni

“Il piede della perpendicolare condotta da A alla retta CD”

“Il piede {della perpendicolare [(condotta da A) alla retta CD]}”



π Linguaggio della Matematica in aula

La sintassi a volte è complessa; questi significati “concentrati” risultano chiari solo a chi ha già preso dimestichezza con essi, e dunque ha fatto l’abitudine a queste forme contratte.



π Linguaggio della Matematica in aula

«Costruisci E simmetrico di A rispetto ad I ed F simmetrico di B rispetto a J»

Allievi di 12-13 anni: «Che cosa vuol dire Simmetrico di A?»

Definizione di parallelogrammo:

«Un quadrilatero è detto parallelogrammo quando ha i lati a due a due»

Altre affermazioni frequenti:

- «La retta a è parallela»
- «Un insieme si dice equipotente quando...»

π Linguaggio della Matematica in aula

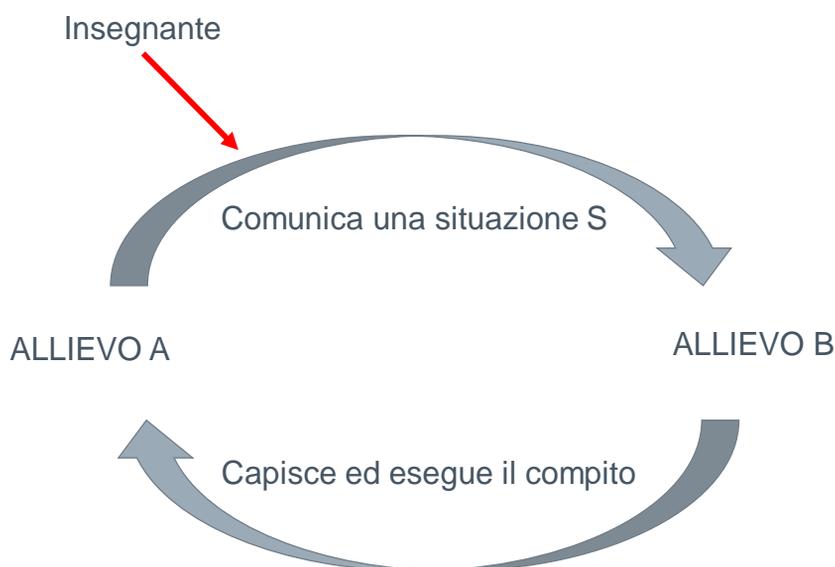
Si tratta allora di studiare delle situazioni di apprendimento, specifiche per l'apprendimento linguistico, riconoscendo la presenza di difficoltà di gestire la lingua comune nel fare matematica.

A questo scopo ci si può immettere in un processo di comunicazione all'interno dell'aula.

E' interessante mettere gli studenti a confronto per verificare l'avvenuto o meno processo di comunicazione.



π



π Linguaggio della Matematica in aula

Altri tentativi fatti per insegnare agli allievi ad estrarre dal testo dei problemi delle informazioni che non fossero solo quelle relative a dati numerici ed indicazioni implicite delle operazioni da eseguire:

- chiedere di discutere e studiare testi di problemi con dati superflui;
- chiedere di produrre testi per compagni in condizioni particolari,
- fare analisi sul contenuto di un testo, sulle informazioni che dà, sulle relazioni tra informazioni, sulla sua scomposizione e ricomposizione,
- creare una domanda per un testo che ne è privo

Dalle Regole ai Perché



Rosetta Zan

π Dalle Regole ai Perché

La parola «regola»...

- › Non appartiene al linguaggio della matematica, che ha altre parole:
 - Teorema
 - Definizione
 - Algoritmo
 - Convenzione
 - ...
- › Ma appartiene al linguaggio quotidiano, e anche a quello della pratica didattica

π Dalle Regole ai Perché

Regola (dizionario Hoepli)

1. Norma del **agire** che **prescrive** il modo in cui comportarsi in determinate circostanze: *trasgredire, violare, rispettare la r.; le regole del gioco; le regole della buona educazione*
2. Nei vari campi di attività e discipline scientifiche, precetto a cui attenersi per raggiungere un determinato scopo o per risolvere correttamente un problema: *le regole della matematica*

FARE

DOVERE

π

'Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica, dalle elementari ad oggi' (Di Martino & Zan, 2010).

La parola «regola» (punto di vista degli studenti)

Non mi piace perché ci sono un mare di regole che per fare un'operazione piccina picciò: devi dividere un numero per l'altro, devi togliere il numero che c'era prima e così via. Poi se ti dimentichi una regola sono guai! Non solo sbagli tutto ma ti prendi pure una predica dalla professoressa.

(Eleonora, 1^a secondaria di 1° grado)

 π

Dalle Regole ai Perché

Indagine con insegnanti del I ciclo

Fai un esempio di una regola di matematica che in genere insegni

Alcune tipologie di risposte



L'uso che emerge della parola «regola»

- A. Spazialità: lasciare 4 quadretti tra operazione e operazione in colonna.
- B. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).
- C. Il perimetro è la misura del contorno.
- D. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180° .
- E. Per trovare frazioni equivalenti moltiplica e dividi numeratore e denominatore per uno stesso numero



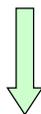
Si deve applicare/osservare per risolvere un esercizio o un problema

A. Spazialità: lasciare 4 quadretti tra operazione e operazione in colonna.

Una procedura che l'insegnante (o il libro di testo) decide di far seguire all'allievo nel contesto della matematica.

Un esempio simile: quando si introduce il sistema posizionale far colorare di colori diversi le cifre che sono in posizioni differenti.

Non è intrinseca alla matematica, tanto che insegnanti diversi decidono in modo diverso.



**REGOLA
SOCIO-MATEMATICA**

'Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica, dalle elementari ad oggi' (Di Martino & Zan, 2010).

Conseguenze di regole socio-matematiche rigide e non motivate o condivise

I problemi sono un po' noiosi perché metti più tempo a disegnare la figura, a scrivere i dati che a risolvere il problema stesso.

(Marco, 5^a primaria)

π

Dalle Regole ai Perché

Le regole socio-matematiche nei libri

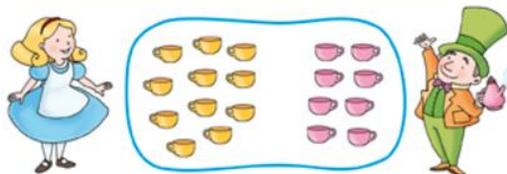
1. Leggi il testo del problema con calma
 2. Cerca i dati
 3. Concentrati sulle parole importanti
 4. Copia i dati
 5. Esegui le operazioni
- Ecc...

π

L'ORA DEL TÈ

- LEGGI IL TESTO DEL PROBLEMA, OSSERVA LA RAPPRESENTAZIONE E RISOLVI.

ALICE E IL CAPPELLAIO MATTO **METTONO INSIEME** LE LORO TAZZE PER SERVIRE IL TÈ AGLI AMICI. ALICE HA 11 TAZZE E IL CAPPELLAIO HA 8 TAZZE. QUANTE TAZZE HANNO IN TUTTO?



I DATI

NUMERO DELLE TAZZE DI

NUMERO DELLE TAZZE DEL

RISOLVO

○ ○

RISPONDO

PER IL GRAN BALLO

- LEGGI IL TESTO DEL PROBLEMA, POI RISOLVI CON IL CALCOLO IN COLONNA.

SUL VESTITO DELLA REGINA LARA C'ERANO 16 RUBINI. PER RENDERLO ANCORA PIÙ PREZIOSO, LA SARTA AGGIUNGE ALTRI 23 RUBINI. QUANTI RUBINI CI SONO ORA SUL VESTITO?

I DATI

RISOLVO

OPERAZIONE IN RIGA:

OPERAZIONE IN COLONNA:

da	u	
		=

RISPONDO

 π

Dalle Regole ai Perché

Passi (INVALSI 2008, 5a primaria)

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula.

Maria conta 26 passi, Renata ne conta 30 e Fabio 28.

Chi ha il passo più lungo?

DATI?

OPERAZIONE?

π

B. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).

In un'espressione si eseguono prima moltiplicazione e divisione e poi somma e sottrazione. Perché?

$$3 + 4 \times 5$$

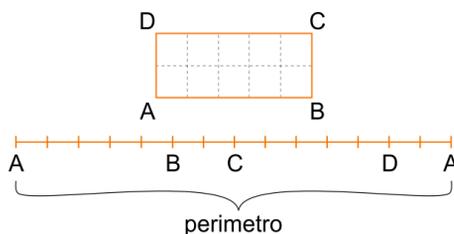
Il perché in questo caso è semplicemente un problema di
CONVENZIONE

In questo senso il significato di regola nella pratica didattica si avvicina abbastanza al significato trovato nel dizionario:

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze

 π

C. Il perimetro è la misura del contorno.



Perché il perimetro è la misura del contorno?

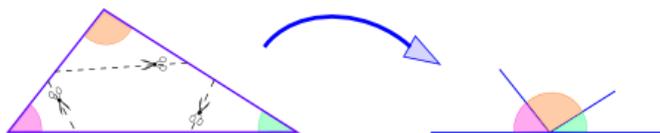
Perché il triangolo è un poligono di 3 lati?

Perché un numero primo è divisibile solo per se stesso e per uno?

DEFINIZIONE

π

D. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180° .



Somma degli angoli interni di un triangolo

Perché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° ?

Perché in un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC?

In questo caso un tale risultato si può dimostrare a partire da altre proprietà geometriche

TEOREMA

 π

Dalle Regole ai Perché

In mancanza di indicatori linguistici può non essere evidente se un enunciato è una «proprietà» o una «definizione»

Il perimetro è la misura del contorno

La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°

La misura del contorno **si chiama** perimetro

π

La parola «regola»:

non permette di cogliere la diversità dei perché

- Regola socio-matematica
- Convenzione
- Definizione
- Teorema

Mentre sapere che c'è una differenza di perché, è assolutamente cruciale in matematica ma anche nell'insegnamento della matematica.

Se voglio far comprendere agli allievi una regola di comportamento, una convenzione, una definizione o un teorema dovrò usare strategie didattiche completamente diverse

 π

E. Per trovare frazioni equivalenti moltiplica e dividi numeratore e denominatore per uno stesso numero

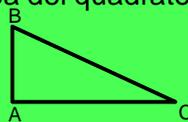
L'introduzione di espressioni come «per...» seguite da «si deve» oppure «bisogna»

Per trovare frazioni equivalenti si deve moltiplicare e dividere numeratore e denominatore per uno stesso numero

ha l'effetto di marcare linguisticamente il passaggio da un fatto matematico ad una regola

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.

In formula: $a^2 = b^2 + c^2$



Fatto
Matematico

REGOLE

Per trovare l'ipotenusa BC di un
triangolo rettangolo conoscendo i
cateti AB e AC bisogna...

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Per trovare il cateto AC
conoscendo l'ipotenusa BC e
l'altro cateto AB bisogna...

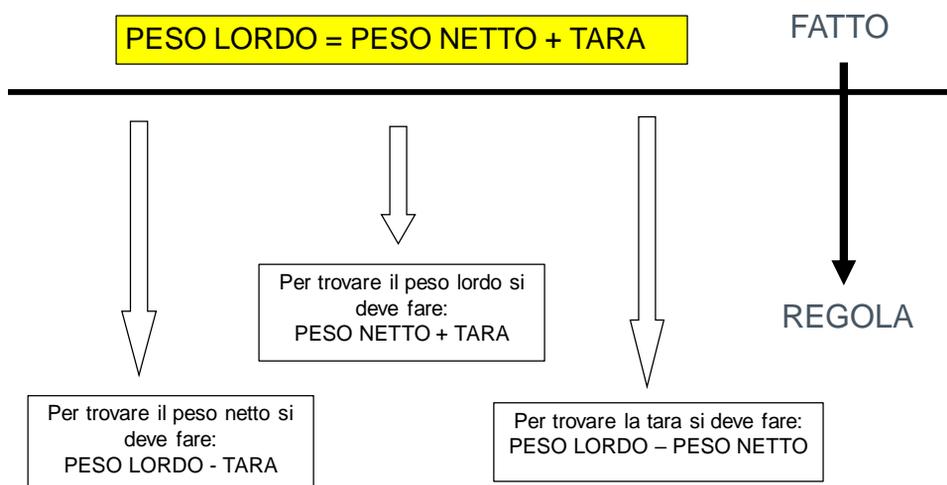
$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Per trovare il cateto AB
conoscendo l'ipotenusa BC e
l'altro cateto AC bisogna...

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

π

Questo succede anche con le
definizioni



...tante e diverse, a seconda dell'obiettivo

Differenza tra problemi ed esercizi

π

ESERCIZIO: l'allievo ha a disposizione una procedura nota da applicare per raggiungere l'obiettivo

PROBLEMA: l'allievo non ha una procedura nota da applicare

Nel caso del Teorema di Pitagora cosa vuol dire passare dal Fatto alle Regole?

E' come se l'insegnante immaginasse le diverse situazioni in cui si può venire a trovare l'allievo e, prevedendo queste situazioni, gli da le procedure da applicare e quindi trasforma quello che sarebbe un problema in un esercizio, da cui si hanno poi tante regole diverse.
Non sia mai che si trovi a dover affrontare il problema

π

Due approcci diversi

INSEGNARE LE REGOLE

- › sorvolando sui fatti che le originano
- › ignorando i perché di tali fatti
- › spesso ignorando anche le relazioni:
 - fra regole e fatti
 - fra le regole

Conseguenze:

- enfasi sul *ricordare*, invece che sul *riflettere*, *ragionare*
- la regola enfatizza il 'dover fare', nei 2 aspetti: *agire* e *dovere*
- la matematica è percepita come insieme di regole scollegate, una disciplina normativa e compulsiva

INSEGNARE I «FATTI»...

... e come utilizzarli in vista di un obiettivo

→ competenze

'Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica, dalle elementari ad oggi' (Di Martino & Zan, 2010).

- ricordare

La cosa proprio che non sopporto della matematica sono il PESO-NETTO, PESO LORDO e TARA, perché a me non mi sono mai piaciute le regole.

(Caterina, 5^a primaria)

Non mi piace tantissimo, prima di tutto perchè devo imparare tutte le regole.

(Davide, 1^o secondaria di I grado)

La geometria a me non piace perché bisogna ricordarsi tutte le formule, calcolarle, disegnare la figura, metterci la base e l'altezza, insomma bisogna ricordarsi tutto.

(Alessandro, 5^a primaria)

(...) si applica la memoria a ricordare regole e formule che, a volte, servono nella vita.

(Giovanni, 5^a primaria)

Un giorno c'era l'interrogazione delle regole fatte a scuola il giorno prima e nonostante che avevo studiato alcune cose non me le ricordavo e così ci ho preso buono.

(Sara, 5^a primaria)

- si deve, bisogna...

La matematica è un dovere che bisogna sempre rispettare e fare.

(Alice, 4^a primaria)

A me fanno un po' di confusione tutte le regole che bisogna rispettare.

(Claudio, 5^a primaria)

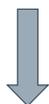
π Dalle Regole ai Perché

Insegnare regole non permette di cogliere le relazioni tra le *regole* ed i *perché* del fatto matematico che le origina.



Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

“FATTO”
MATEMATICO



Per vedere se un numero è divisibile per 3 bisogna sommare le sue cifre: se questa somma è divisibile per 3, lo è anche il numero di partenza.

REGOLA

→ comportamento da seguire

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

$$\begin{aligned}
 5274 &= 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 = \\
 n &= 5 \times (999+1) + 2 \times (99+1) + 7 \times (9+1) + 4 = \\
 &= 5 \times 999 + 5 + 2 \times 99 + 2 + 7 \times 9 + 7 + 4 = \\
 &= 5 \times 999 + 2 \times 99 + 7 \times 9 + 5 + 2 + 7 + 4 = \\
 &= (5 \times 999 + 2 \times 99 + 7 \times 9) + (5 + 2 + 7 + 4) = \\
 &= 9(5 \times 111 + 2 \times 11 + 7 \times 1) + (5 + 2 + 7 + 4)
 \end{aligned}$$

$$9a = n - b$$

$$9a = n - b$$

Dati $c, c' \in \mathbb{Z}$ tali che la differenza $c - c'$ sia divisibile per 3, allora c è divisibile per 3 se e solo se lo è c' .

Per vedere se un numero è divisibile per 3 bisogna sommare le sue cifre: se questa somma è divisibile per 3, lo è anche il numero di partenza.

“FATTO”
MATEMATICO

Proprietà
delle
operazioni



Lemma

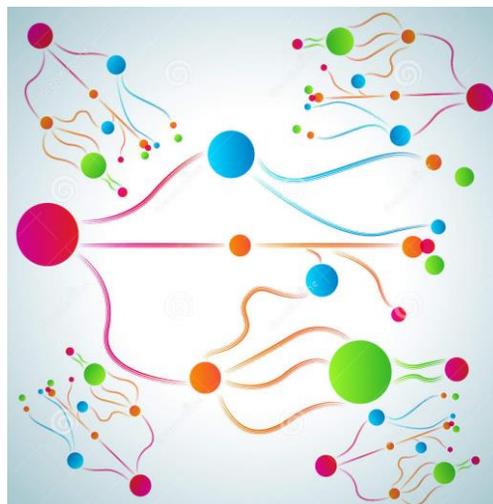
REGOLA

π

Dalle Regole ai Perché

La matematica è una rete ricchissima di relazioni

Nel momento in cui passando dal fatto alla regola faccio scomparire il fatto, scompare anche questa rete di relazioni



π

La parola «regola»:

Non permette di cogliere la diversità dei *perché*
(regola socio-matematica, convenzione,
definizione, teorema)

Ma soprattutto insegnare 'regole':

Trasforma i problemi in esercizi, in quanto si
individua per ogni situazione cosa deve fare
l'allievo

 π

Dalle Regole ai Perché

Indicazioni Nazionali (p.60)

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

π

Dalle Regole ai Perché

Con un insegnamento per regole i fatti della matematica che sono di tipo diverso: definizioni, algoritmi, teoremi diventano tutti regole caratterizzate dal dovere e dal fare e sono percepite come distaccate le une dalle altre

Quindi quando i fatti diventano semplicemente regole

- › non serve più ragionare ma serve ricordare
- › non serve più riflettere ma agire subito
- › I problemi vengono ridotti ad esercizi
- › Il poter diventa dovere

 π

Cosa succede di fronte a una situazione che non è affrontabile con una 'regola'...
...cioè di fronte a un problema?

INVALSI

OCSE PISA

GARE, GIOCHI MATEMATICI...

π

Passi

(INVALSI 2008, 5a primaria)

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula.

Maria conta 26 passi, Renato ne conta 30 e Fabio 28.

Chi ha il passo più lungo?

 π

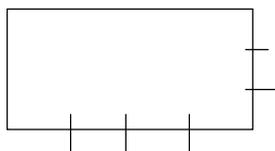
Cosa succede se l'allievo è convinto di non ricordare la regola «giusta» per quella situazione?



π

Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.



...e non conclude

“a questo punto non so, cioè non mi ricordo bene le formule...”

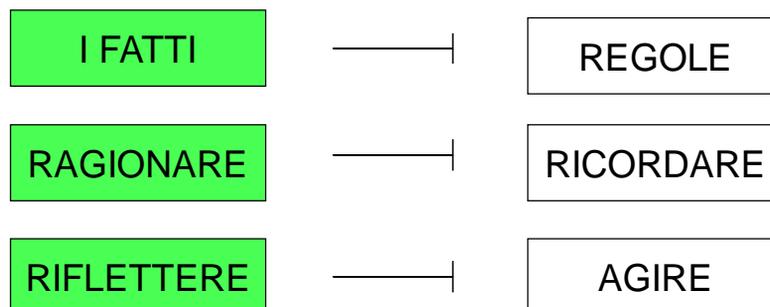
 π

Nicola

$$-7x^2 < \sqrt{7}$$

«Perché invece di ricordarti cosa devi fare, non provi a risolverla da solo?»

N.: «La matematica è fatta di regole ben precise che vanno seguite, non ci si può inventare nulla. I problemi si risolvono seguendo quelle regole e io, ora, non mi ricordo come si risolvono le disequazioni».

π 

'Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica, dalle elementari ad oggi' (Di Martino & Zan, 2010).

- ricordare

Inoltre in questi anni, che la matematica sta diventando un po' complicata non riesco a ricordare tutte le regole e tutte le altre cose perfettamente.
(Martina, 5^a primaria)

- si deve, bisogna

Di recente abbiamo affrontato l'argomento sulle frazioni, sono abbastanza "complicate", devi semplificare, per le moltiplicazioni, non ne parliamo che è meglio, si devono semplificare il numeratore con il denominatore dell'altra frazione, la divisione la si deve trasformare in moltiplicazione, l'addizione e la sottrazione si possono svolgere normalmente solo quando hanno il denominatore uguale se no si trova il m.c.m. (Francesco, 1^a secondaria di 1° grado)

Il mio rapporto con la matematica è molto peggiorato perché bisogna ricordarci le regole e come si svolgono gli esercizi.
(Michele, 2^a secondaria di I grado)



La visione della matematica come insieme di regole da ricordare influisce sull'atteggiamento che l'allievo costruisce verso la disciplina.

π Dalle Regole ai Perché

Vi è un richiamo alle Indicazioni Nazionali in cui la promozione di un atteggiamento positivo compare addirittura nei traguardi dello sviluppo delle competenze che sono prescrittive sia al termine della scuola primaria sia al termine della scuola secondaria di I grado

π Dalle Regole ai Perché

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria

L'alunno *sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica*, anche grazie a molte esperienze in contesti significativi, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato siano utili per operare nella realtà.

π Dalle Regole ai Perché

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola
secondaria di primo grado

L'alunno ha *rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica* e, attraverso esperienze in contesti significativi, ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà..

π

Azzurra 3° media

Azzurra deve trovare il perimetro di un rettangolo che ha i lati di 12 cm e 8 cm. Moltiplica 12 per 8.

L'insegnante le dice: "Ma perché moltiplichi? Devi trovare il perimetro..."

E Azzurra: "...Divido?"

π

Nicola

$$-7x^2 < \sqrt{7}$$

- «Perché invece di ricordarti cosa devi fare, non provi a risolverla da solo?»
- N.: «La matematica è fatta di regole ben precise che vanno seguite, non ci si può inventare nulla. I problemi si risolvono seguendo quelle regole e io, ora, non mi ricordo come si risolvono le disequazioni».

 π

Dalle Regole ai Perché

L'insegnante (il 'bravo' insegnante) agisce come sempre:

- › corregge,
- › rispiega,
- › fa vedere come si risponde correttamente ...

Ma lo fa con un certo disagio, avendo la netta percezione che il suo intervento sarà assolutamente inutile.

La verità è che il problema, diciamocelo francamente, sta nello studente!

E' lo studente che ha un atteggiamento negativo verso la matematica...e di fronte a questo non c'è intervento che tenga!

π Dalle Regole ai Perché

Ma è necessariamente così?

Oppure la diagnosi di «atteggiamento negativo» può costituire un punto di partenza per un intervento mirato, piuttosto che la rinuncia a intervenire?

In realtà di Azzurra e Nicola sappiamo qualcosa di più delle poche informazioni che si possono trarre dalla scarsa descrizione data all'inizio.

Azzurra è una dei 1600 studenti di cui è stato raccolto il tema autobiografico 'Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica, dalle elementari ad oggi' (Di Martino & Zan, 2010).

π Dalle Regole ai Perché

Racconta così la sua esperienza:

“Alle elementari non ero una grossa cima in matematica, quindi in 3a elementare vidi che non ero brava e chiusi così la mia testa, dicendo che questa non faceva per me.”

Dalle parole di Azzurra emerge la convinzione di non potercela fare, cioè uno scarso senso di auto-efficacia.

Tale convinzione giustifica, nel senso che la rende una scelta 'razionale', la rinuncia a priori a pensare, e quindi il rispondere a caso

π Dalle Regole ai Perché

Anche nel caso di Nicola abbiamo altre informazioni: l'episodio descritto avveniva all'interno di un'interazione individuale condotta da una studentessa di un corso di Didattica della Matematica.

Quello letto era uno stralcio di tale interazione, che segue alla rinuncia di procedere da parte di Nicola

π Dalle Regole ai Perché

«Per risolvere disequazioni bisogna applicare delle formule»

«Io non conosco tali formule»

E' proprio l'interazione fra queste due convinzioni che da un lato giustifica la rinuncia a provare, dall'altro spiega i primi tentativi di risoluzione, condotti apparentemente a caso.

π **Visione strumentale**

Disciplina fatta da regole fisse da memorizzare e applicare

**Visione relazionale**

Matematica caratterizzata da relazioni. L'applicazione di formule prevede la comprensione del perché tali regole funzionano.



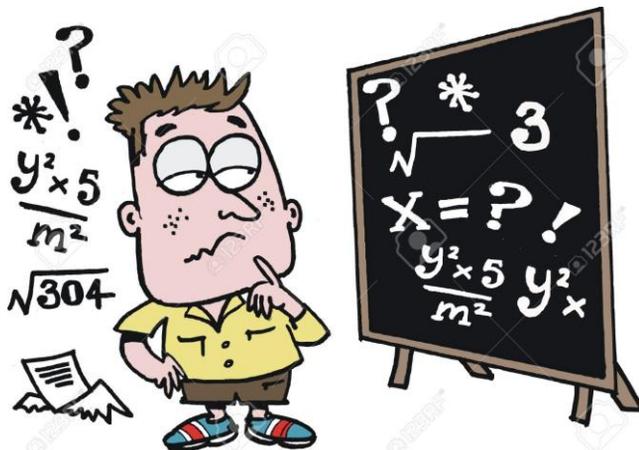
Skemp (1976)

 π **Dalle Regole ai Perché****ATTEGGIAMENTO VERSO LA MATEMATICA**

Dimensione emozionale

Senso di auto efficacia

Visione della disciplina



π Dalle Regole ai Perché

Questa multidimensionalità dell'atteggiamento fa apparire riduttiva la dicotomia positivo/negativo, suggerisce piuttosto di considerare «profili» diversi di atteggiamento negativo, a seconda delle dimensioni maggiormente implicate.

Azzurra
basso senso di autoefficacia

Nicola
visione distorta della matematica

π Dalle Regole ai Perché

INTERVENTI DI RECUPERO

Azzurra

- sradicare il basso senso di auto-efficacia dell'allieva (che viene da ripetute esperienze percepite come fallimentari)
- convincerla che è in grado di fare matematica

Nicola

cercare di sradicare la visione distorta della matematica che ha costruito nel suo percorso scolastico

π Dalle Regole ai Perché

Le domande:

- › Cosa vuol dire “visione della matematica ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare”?
- › Cosa si intende per ‘regole’?
- › Perché nelle I.N. una “visione della matematica ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare” è considerata *negativa*?
- › Da cosa proviene una visione di quel tipo? Da quali esperienze? Da quali pratiche?
- › Come si può prevenire / scardinare tale visione?

π

CHE FARE?

- Insegnare le «Regole»
- sorvolare sui fatti
- ignorare i perché



Visione
Strumentale

- Insegnare i «Fatti»
- come utilizzarli rispetto l'obiettivo da raggiungere
- evidenziare i perché



Visione
Relazionale



Costruzione delle Competenze

π **COME?**

Come insegnare i fatti e come insegnare ad utilizzarli rispetto ad un obiettivo?

PROBLEMA

- ✓ definizioni per indicare oggetti matematici significativi
- ✓ intuizioni su quello che può accadere (congetture)
- ✓ si dimostrano tali congetture che diventano poi teoremi

 π **COME?**

L'idea è che anche in classe è possibile e addirittura necessario ricreare questo tipo di ambiente, progettando attività che:

- ❖ diano senso all'introduzione di definizioni,
- ❖ favoriscano la nascita di congetture,
- ❖ sviluppino competenze di tipo argomentativo

LABORATORIO

Matematica 2001 dell'UMI CIIM



- **U**nione **M**atematica **I**taliana
- **C**ommissione **I**taliana per l'**I**nsegnamento della **M**atematica

π Laboratorio di Matematica

- ✓ non è un luogo fisico diverso dalla classe,
- ✓ è un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici,
- ✓ coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).



π Laboratorio di Matematica



L'ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti.

La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata

Uso degli strumenti utilizzati
nelle varie attività

Interazioni tra le persone che si
sviluppano durante l'esercizio di
tali attività

π Dalle Regole ai Perché

Come insegnare i fatti?

Nel laboratorio

Come insegnare ad utilizzarli in vista di un obiettivo?

Con l'attività di problem solving

π Qualche precisazione sulla distinzione tra problemi ed esercizi

PROBLEMI

- non c'è una procedura nota da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'errore va messo in conto, è quasi inevitabile
- è necessario tempo per riflettere, per esplorare per congetturare

ESERCIZI

- c'è una procedura nota da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'errore è indicativo dell'applicazione scorretta della procedura
- il tempo è quello dell'esecuzione della procedura quindi relativamente poco

π

PROBLEMI

ESERCIZI



TEMPO - ERRORE

Gli esercizi sono importantissimi
ci permettono di lavorare su *conoscenze* e *abilità*,
ma è solo attraverso i problemi che si può lavorare anche sulle
competenze

 π

Dalle Regole ai Perché

Conclusioni

- ✓ E' necessario presentare i Fatti matematici in modo diverso a seconda che siano convenzioni, definizioni o teoremi
- ✓ E' importante sviluppare attività di problem solving per educare gli allievi ad utilizzare le conoscenze che hanno in vista di un obiettivo in modo che queste conoscenze non rimangano inermi, ma diventino effettivamente risorse.

Solo in questo modo potremmo pensare di sviluppare competenze