

Didattica della Matematica

20 aprile 2020
Prof.ssa Eliana Francot

π

Proponi un esempio di Problema di vita quotidiana

- Saper calcolare quanto vale un possibile sconto di un prodotto
- Andare a lavoro
- Fare la spesa
- Stabilire la strada più breve per andare al supermercato
- Organizzazione dello spazio
- Un problema di vita quotidiana può essere riuscire ad ottimizzare i tempi nell'arco della giornata per poter fare più attività possibili.
- Saper gestire nel proprio tempo le attività da fare
- Non ho la connessione internet e devo seguire le lezioni on line all'università e le lezioni di mio figlio che frequenta la scuola primaria.
- Suddividere orario di lavoro e orario di divertimento
- Decidere quale compagnia telefonica abbia la tariffa migliore
- Organizzazione delle attività
- Cucinare
- Imparare a leggere

π

Attività 1: che cosa è un problema?

Fare un esempio di problema di vita quotidiana

- Discutere sugli esempi : li riconosciamo tutti come problemi? In caso negativo, perché?
- Analizzare se esistono caratteristiche comuni a tutti gli esempi di problema riconosciuti come tali nella fase precedente
- A partire da tali caratteristiche comuni cercare di definire che cos'è un problema

A partire da tali caratteristiche comuni cerca di definire che cos'è un problema.

Il problema è la situazione in cui si trova un/a uomo/donna che desidera soddisfare un bisogno

un problema è un quesito a cui si cerca di dare una risposta per il superamento di una data difficoltà.

Nell'ambito di vita "comune" (ossia non matematica) per me problema significa prendere da decisione migliore in situazioni dove non si può essere certi che la scelta fatta sia al 100% quella "perfetta".

un problema è un quesito o una situazione in cui si chiede di trovare uno o più metodi di risoluzione e di calcolo, partendo da dati noti

Un problema è una situazione che presenta alcune difficoltà, di diversa entità o livello, da superare attuando un'opportuna strategia risolutiva.

Il problema è uno ostacolo che rende difficile raggiungere un determinato obiettivo.

A partire da tali caratteristiche comuni cerca di definire che cos'è un problema.

Problema: un'attività composta da diversi step per essere superata; se non c'è un'organizzazione il problema può diventare un "ostacolo".

Risolvere una qualche funzione implicita o esplicita. Esempio : trovare la funzione $f = \min(\text{tempo di percorrenza di un tragitto})$

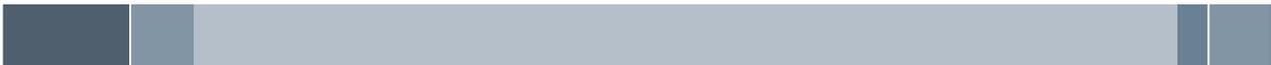
Un quesito o attivamento che richiede ragionamento per il suo superamento

Un problema è un quesito al quale si richiede di dare una risposta

Un problema è una difficoltà, un ostacolo, che si interpone nel corso dello svolgimento di azioni e che ne rallenta il normale corso

Un problema è una prova che richiede ragionamento, riflessione e deve tener conto anche di possibili errori

un problema è un quesito o un ostacolo che rende difficile raggiungere un obiettivo o soddisfare un bisogno.



Che cos'è un problema?



π

π Cosa è un problema per i bambini

“Per me un problema è una cosa che non riusciamo mai a sciogliere e non si sa ne dove iniziare a scrivere ne dove finire come un serpente attorcigliato che non si sa in dovè la coda.” Silvia, 3E

π Cosa è un problema per i bambini

«Per me un problema è uno svolgimento di cui bisogna riflettere, pensare.
Ed è anche una lezione che si svolge nel quaderno di aritmetica, la parola problema mi fa venire in mente una cosa di cui ha bisogno di tempo, è una cosa che bisogna impegnarci capirla.
Il problema è una cosa un po' difficile ma se un bambino mette bene i dati può capire facilmente.
Si certo è uno svolgimento che se uno lo capisce bene, altrimenti non lo può più capire.
Per me la parola problema è una cosa difficile che mi fa sentir male.» Luca, 4E

In D'Amore e Zan (1996) le differenze sono evidenziate nello schema seguente

	PROBLEMA	ESERCIZIO
nell'insegnamento	<ul style="list-style-type: none"> • strumento di acquisizione di conoscenza • oggetto di insegnamento 	<ul style="list-style-type: none"> • strumento per consolidare conoscenze e abilità • strumento per verificare conoscenze e abilità
privilegia	<ul style="list-style-type: none"> • processi 	<ul style="list-style-type: none"> • prodotti
l'insegnante	<ul style="list-style-type: none"> • sceglie i problemi • segue i processi 	<ul style="list-style-type: none"> • sceglie gli esercizi • corregge e valuta i prodotti
il soggetto ha un ruolo	<ul style="list-style-type: none"> • produttivo 	<ul style="list-style-type: none"> • esecutivo

 π

PROBLEMA

VS

ESERCIZIO

Le conoscenze sono necessarie ma non sufficienti.

Esige una "scoperta" da fare

La scoperta è frutto di creatività, intuizione, invenzione, ragionamento e ristrutturazione.

L'attenzione è rivolta alle attività procedurali, al PROCESSO.

Le conoscenze sono necessarie e sufficienti.

E' l'applicazione di una scoperta.

E' riproduzione di schemi noti, applicazione di tecniche acquisite, memorizzazione di procedimenti.

L'attenzione è rivolta al risultato che è univocamente determinato, al PRODOTTO.

π

L'educazione matematica contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi vari aspetti: di intuizione, di immaginazione, di progettazione, di ipotesi e deduzione, di controllo e quindi di verifica o smentita.

Il pensiero matematico è caratterizzato dall'attività di risoluzione di problemi [...]

Di conseguenza le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da situazioni problematiche concrete, che scaturiscono da esperienze reali del fanciullo e che offrano anche l'opportunità di accertare quali apprendimenti matematici egli ha in precedenza realizzato, quali strumenti e quali strategie risolutive utilizza e quali sono le difficoltà che incontra.

(dai Nuovi programmi della Scuola Elementare 1985)

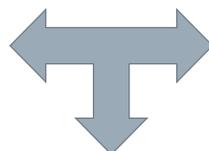
Capacità di risolvere Problemi



Sviluppo del Pensiero

Studi psicologici

Processi superordinati di pensiero



Abilità Matematiche

Abilità Problem Solving

π

La risoluzione di problemi è una delle principali competenze del nostro sistema cognitivo



Il Problem Solving nella Psicologia

 π

π

Problem solving

La soluzione di problemi è un'attività connessa ad apprendimenti di discipline a carattere prevalentemente scientifico (tra cui la Matematica)

Un'abilità caratteristica di un vero e proprio stile cognitivo che procede in maniera strategica nella ricerca della soluzione

Ma di quali competenze ha bisogno il nostro sistema cognitivo per essere davvero un buono stratega, flessibile e preciso, e per farci diventare abili solutori di problemi?

 π

Problem solving

Rilievo cognitivo generale

dal momento che tale abilità sembra permeare competenze di base delle nostre funzioni cognitive

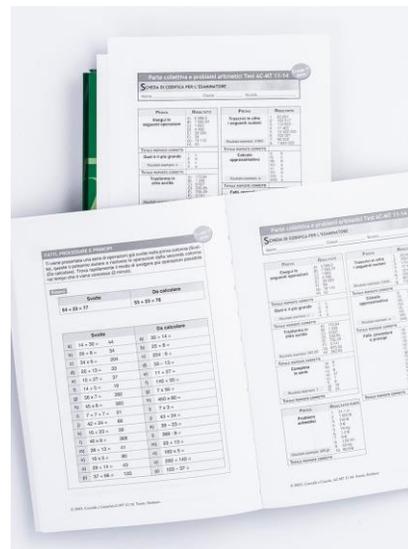
Rilievo clinico e riabilitativo

dal momento che solo un'analisi attenta delle difficoltà specifiche, di eventuali deficit a riguardo, consente un intervento mirato e possibilmente efficace

π

Abilità di soluzione dei problemi matematici

D. Lucangeli, P.E. Tressoldi, M. Cendron *SPM - Test delle abilità di soluzione dei problemi matematici*. Erickson (1998)

 π

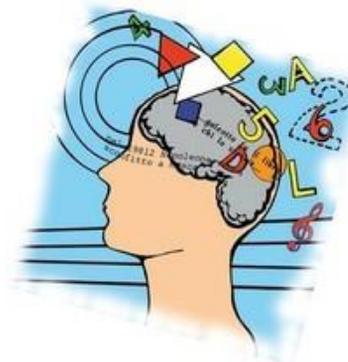
Abilità di soluzione dei problemi matematici

- Cosa avviene nella mente di un individuo mentre cerca di risolvere una situazione problematica?
- Quali sono i processi mentali sottostanti a tale tipo di attività cognitiva?
- Quali sono le abilità che differenziano un abile solutore da chi trova invece notevoli difficoltà?



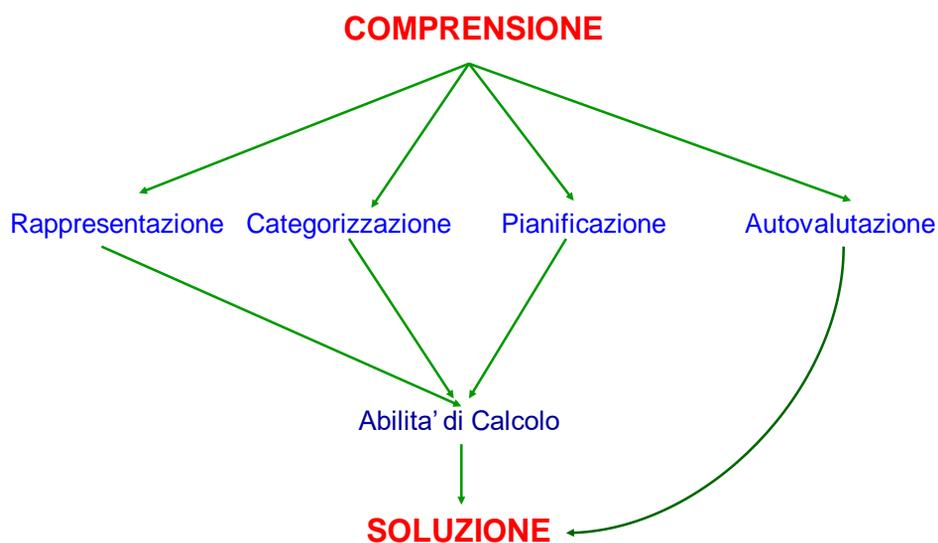
π Abilità di soluzione dei problemi matematici

Cercando di ripercorrere le ipotesi principali riguardo alle componenti cognitive coinvolte nelle abilità di soluzione dei problemi, e dunque responsabili delle eventuali difficoltà, queste sembrano ricondursi a 6 distinte abilità cognitive/metacognitive.



Modello delle componenti cognitive implicate nella soluzione dei problemi di matematica

(Lugangeli, Tressoldi, Cendron 1998)



π

PROCEDURA

1. Leggere attentamente il problema
2. Non eseguire operazioni prima di aver svolto i passaggi preliminari
3. Segnare la risposta corretta per ciascuna componente
4. Risolvere il problema
5. Autovalutare la corretta esecuzione

Un tale ha 45 anni e sua moglie ne ha 39. Sapendo che quando si sposarono l'età di lei era uguale a $\frac{4}{5}$ dell'età di lui, determina da quanti anni sono sposati e le loro età al momento del matrimonio.

Comprensione

Scegli la frase più importante per risolvere il problema:

- Quando si sposarono lei aveva $\frac{4}{5}$ dell'età di lui
- Quando si sposarono lui aveva $\frac{4}{5}$ dell'età di lei che aveva 39 anni
- Attualmente lui ha 45 anni, lei 39 e quando si sposarono l'età di lei era $\frac{4}{5}$ di quella di lui
- Tra il marito e la moglie ci sono 6 anni di differenza.

Rappresentazione

Scegli tra gli schemi seguenti, quale rappresenta il problema:

A)

SOGGETTI	IERI	OGGI
Lui		45 anni
Lei		39 anni

B)

SOGGETTI	IERI	OGGI
Lui	45 anni	
Lei	39 anni	4/5 di lui

C)

SOGGETTI	IERI	OGGI
Lui		45 anni
Lei	4/5 di lui	39 anni

D)

SOGGETTI	IERI	OGGI
Lui	6 anni in più	6 anni in più
Lei	6 anni in meno	6 anni in meno

Categorizzazione

Quale dei seguenti problemi risolveresti come quello che stai risolvendo ora?:

- Il papà e la mamma di Paolo hanno rispettivamente 37 e 34 anni; sapendo che Paolo ha 8 anni, da quanto tempo sono sposati i genitori di Paolo?
- Mario e Luca hanno in tutto 22 anni e Luca ha $\frac{3}{7}$ dell'età di Mario; quanti anni hanno rispettivamente Mario e Luca?
- Maria sta costruendo un album di foto e deve posizionare una foto di una gita di cui non ricorda la data. Attualmente Maria ha 15 anni e la sua amica 12; sapendo che quando andarono a quella gita Maria aveva $\frac{5}{8}$ dell'età della sua amica, calcola quanto tempo fa sono andate in gita.
- Quando Mario e Giovanni si sono conosciuti avevano rispettivamente 25 e 22 anni. Oggi Giovanni ha $\frac{7}{9}$ dell'età di Mario. Quanti anni fa si sono conosciuti Mario e Giovanni?

Piano di soluzione

Prova a dire come risolveresti il problema, mettendo in ordine la sequenza, numerando le fasi dall'1 al 5:

---- Determino l'età della moglie all'epoca del matrimonio

---- Determino il valore dell'incognita

---- Determino l'età del marito all'epoca del matrimonio

---- Imposto l'incognita

---- Imposto l'equazione

Svolgimento

Esegui il problema.

Autovalutazione

Indica quanto sei sicuro di aver eseguito correttamente la procedura di soluzione:

Sono certo di aver fatto giusto

Probabilmente ho fatto giusto

Probabilmente ho sbagliato

Sono certo di aver sbagliato

π

4 ALTERNATIVE DI RISPOSTE

I = RISPOSTA IRRILEVANTE

riporta informazioni che, pur essendo presenti nel testo del problema, non servono per la soluzione

E = RISPOSTA ERRATA

riporta informazioni che, se utilizzate, portano ad un risultato non corretto

P = RISPOSTA PARZIALE

riporta dati corretti, ma non completi per la soluzione

C = RISPOSTA CORRETTA

riporta tutti i dati utili per la soluzione

ATTRIBUZIONE DEL PUNTEGGIO

Punteggio

- | | | |
|---|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • COMPrensione • RAPPRESENTAZIONE • CATEGORIZZAZIONE | } | <ol style="list-style-type: none"> 1 risposta irrilevante o omissione (I) 2 risposta errata (E) 3 risposta parzialmente corretta (P) 4 risposta corretta (C) |
| <ul style="list-style-type: none"> • PIANIFICAZIONE | → | <p>da 0 a 3, 4, 5 o 6
n° di fasi correttamente ordinate.
Se sbaglia il primo passaggio: 0
(non si prosegue)
Punteggio massimo 3, 4 o 5 (a seconda del problema)</p> |
| <ul style="list-style-type: none"> • SVOLGIMENTO | → | <ol style="list-style-type: none"> 1 soluzione errata o problema non risolto 2 soluzione parzialmente corretta 3 procedura corretta con errore di calcolo 4 soluzione corretta |

Un tale ha 45 anni e sua moglie ne ha 39. Sapendo che quando si sposarono l'età di lei era uguale a $\frac{4}{5}$ dell'età di lui, determina da quanti anni sono sposati e le loro età al momento del matrimonio.

Comprensione

Scegli la frase più importante per risolvere il problema:

- Quando si sposarono lei aveva i $\frac{4}{5}$ dell'età di lui
- Quando si sposarono lui aveva i $\frac{4}{5}$ dell'età di lei che aveva 39 anni
- Attualmente lui ha 45 anni, lei 39 e quando si sposarono l'età di lei era $\frac{4}{5}$ di quella di lui
- Tra il marito e la moglie ci sono 6 anni di differenza.

Rappresentazione

Scegli tra gli schemi seguenti, quale rappresenta il problema:

SOGGETTI	IERI	OGGI
Lui		45 anni
Lei		39 anni

Parzialmente corretta

SOGGETTI	IERI	OGGI
Lui	45 anni	
Lei	39 anni	$\frac{4}{5}$ di lui

Errata

SOGGETTI	IERI	OGGI
Lui		45 anni
Lei	$\frac{4}{5}$ di lui	39 anni

Corretta

SOGGETTI	IERI	OGGI
Lui	6 anni in più	6 anni in più
Lei	6 anni in meno	6 anni in meno

Irrilevante

Categorizzazione

Quale dei seguenti problemi risolveresti come quello che stai risolvendo ora?:

- Il papà e la mamma di Paolo hanno rispettivamente 37 e 34 anni; sapendo che Paolo ha 8 anni, da quanto tempo sono sposati i genitori di Paolo?
- Mario e Luca hanno in tutto 22 anni e Luca ha $\frac{3}{7}$ dell'età di Mario; quanti anni hanno rispettivamente Mario e Luca?
- Maria sta costruendo un album di foto e deve posizionare una foto di una gita di cui non ricorda la data. Attualmente Maria ha 15 anni e la sua amica 12; sapendo che quando andarono a quella gita Maria aveva $\frac{5}{8}$ dell'età della sua amica, calcola quanto tempo fa sono andate in gita.
- Quando Mario e Giovanni si sono conosciuti avevano rispettivamente 25 e 22 anni. Oggi Giovanni ha $\frac{7}{9}$ dell'età di Mario. Quanti anni fa si sono conosciuti Mario e Giovanni?

Piano di soluzione

Prova a dire come risolveresti il problema, mettendo in ordine la sequenza, numerando le fasi dall'1 al 5:

- 2**--- Determino l'età della moglie all'epoca del matrimonio
- 5**--- Determino il valore dell'incognita
- 3**--- Determino l'età del marito all'epoca del matrimonio
- 1**--- Imposto l'incognita
- 4**--- Imposto l'equazione

π

Svolgimento

X = anni di matrimonio

Età della moglie all'epoca del matrimonio = $39 - x$

Età del marito all'epoca del matrimonio = $45 - x$

Equazione risolutiva: $(39 - x) = \frac{4}{5} (45 - x)$

$X = 5 \times 39 - 4 \times 45 = 15$

Moglie = 24

Marito = 30

 π

AUTOVALUTAZIONE

Nell'assegnazione del punteggio si tiene conto della concordanza tra il punteggio ottenuto nello svolgimento del problema e la risposta data nell'autovalutazione.

π

Importanza delle Abilità metacognitive

Abilità sovraordinate di tipo metacognitivo possono influenzare in modo causale la prestazione

Buoni solutori possiedono un livello più alto di capacità metacognitive che permette loro di

- ✓ analizzare in modo migliore la struttura del compito,
- ✓ scegliere in modo flessibile le strategie più adatte,
- ✓ utilizzare in modo più produttivo le risorse cognitive

 π

TECNICHE DI AUTOMONITORAGGIO:

Secondo Montague (1992)
l'automonitoraggio,
l'autoistruzione e
l'autointerrogazione
sono i **canali metacognitivi**
più efficaci per arrivare alla
soluzione dei problemi.



π

Abilità metacognitive implicate nella SOLUZIONE DI PROBLEMI

CONSAPEVOLEZZA

L'insieme delle conoscenze che un individuo possiede riguardo il funzionamento della mente (possono influire su di essa)

CONTROLLO

Processi autoregolatori che presiedono l'esecuzione cognitiva del compito stesso.

“...l'abilità di soluzione ha un rapporto di interdipendenza con le specifiche capacità di controllo...”

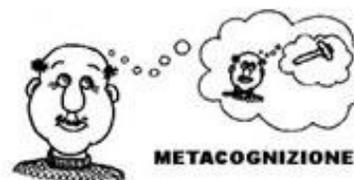
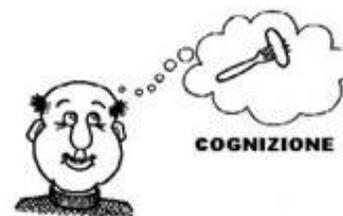
 π

IL CONTROLLO METACOGNITIVO

= capacità di **“dialogare tacitamente”** con se stessi, accompagnando, guidando e controllando in modo consapevole l'esecuzione del compito.

Il controllo dipende da

- ✓ **COMPETENZE SPECIFICHE**
- ✓ **CAPACITA' DI AUTORIFLESSIONE**



π

**Anne Brown
(1978)**

Abili solutori di problemi evidenziano capacità di controllo strategico attraverso processi di



Previsione: ossia la capacità di prevedere sia il proprio livello di prestazione, sia di conseguenza le difficoltà specifiche del compito



Pianificazione: ossia la capacità di ordinare le operazioni necessarie al raggiungimento del goal (ossia della meta finale)



Monitoraggio: ossia il controllo durante lo svolgimento del compito delle sottostanti abilità cognitive



Valutazione: della propria prestazione, delle strategie utilizzate e del risultato ottenuto

 π

PROVE OGGETTIVE DISPONIBILI per la scuola secondaria:

- ✓ **TEST SPM** (dal terzo anno della primaria al terzo anno della secondaria di 1^a grado)
- ✓ **AC-MT 11-14** (parte dedicata ai problemi, per la secondaria di 1^a grado)
- ✓ **MT AVANZATE – 2** (parte relativa ai problemi per i primi due anni della secondaria di 2^a grado)

π

MT AVANZATE – 2 (parte relativa ai problemi per i primi due anni della secondaria di 2^a grado)

Il test è composto da 10 item, sia per la classe prima che per la classe seconda, che valutano le abilità implicate nella soluzione di problemi, quali:

- la capacità di **comprensione** del testo e di analisi e **interpretazione** dei dati,
- la capacità di **pianificare** un percorso risolutivo definendo la sequenza logica delle **operazioni** necessarie,
- la capacità di **monitorare e controllare** il processo che porta alla soluzione.

 π

Dal Manuale e guida d'uso delle MT Avanzate-2:

- **La soluzione di un problema richiede l'integrazione di abilità** quali la comprensione di un testo, la computazione e l'uso di conoscenze concettuali specifiche.
- ... l'abilità di problem solving **assume il carattere di un atteggiamento da costruire e rafforzare negli studenti in quanto ha implicazioni per tutto l'apprendimento.**
- ... è stato notato che gli studenti **ottengono risultati tanto migliori** nella soluzione dei problemi quanto maggiori sono le abilità di lettura e di comprensione del testo possedute.